令和６年 問１

問題　【難易度】★★☆☆☆（やや易しい）

次の文章は，誘電体が挿入された平行平板コンデンサに関する記述である。文中の□に当てはまる最も適切なものを解答群の中から選べ。

平行平板コンデンサ内を次の２種類の誘電体で完全に満たす。

　誘電体１：誘電率は ε_1，印加できる最大電界は $E_{1\mathrm{m}}$

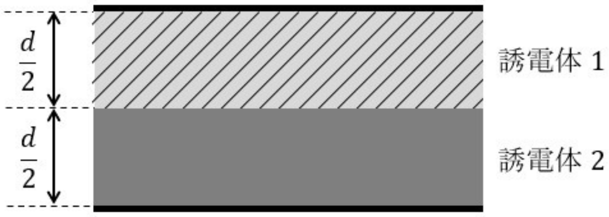
　誘電体２：誘電率は ε_2，印加できる最大電界は $E_{2\mathrm{m}}$

ただし，$\varepsilon_1 E_{1\mathrm{m}} > \varepsilon_2 E_{2\mathrm{m}}$ であり，端効果は無視できるものとする。

図のように誘電体１と２は同体積で，界面が電極と平行になっている。電極間の距離は d である。このコンデンサにおいて，二つの誘電体内部の（１）の大きさは同じであるので，誘電体１と２の電界をそれぞれ E_1，E_2 とするとき，（２）の関係が成り立つ。

$\varepsilon_1 E_{1\mathrm{m}} > \varepsilon_2 E_{2\mathrm{m}}$ なので，印加電圧を上げていくと先に最大電界に達するのは（３）であり，このことから，そのときの電界 E_1，E_2 はそれぞれ（４）である。

したがって，電極間に印加できる最大電圧 V_m は（５）である。



〔問１の解答群〕

（イ）誘電体１　　（ロ）$\dfrac{d}{2}\dfrac{\varepsilon_1 E_{1\mathrm{m}} + \varepsilon_2 E_{2\mathrm{m}}}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}$

（ハ）誘電体２　　（ニ）$\dfrac{d}{2}\left(1 + \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) E_{2\mathrm{m}}$

（ホ）電束密度　　（ヘ）$\dfrac{d}{2}\left(1 + \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right) E_{1\mathrm{m}}$

（ト）電界　　（チ）$\varepsilon_1 E_1 = \varepsilon_2 E_2$

（リ）分極　　（ヌ）$\varepsilon_1 E_2 = \varepsilon_2 E_1$

（ル）$\left(1 + \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right) E_2 = \left(1 + \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\right) E_1$　　（ヲ）$E_1 = E_2$

（ワ）$E_1 = E_{1\mathrm{m}}, E_2 = \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} E_{1\mathrm{m}}$　　（カ）$E_1 = \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1} E_{2\mathrm{m}}, E_2 = E_{2\mathrm{m}}$

（ヨ）$E_1 = \dfrac{\varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} E_{1\mathrm{m}}, E_2 = \dfrac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} E_{2\mathrm{m}}$

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【ワンポイント解説】

同軸円筒導体間の電界に関する問題です。

(4)以降の計算量が多く，問題文もわかりにくいため，かなり受験生は苦戦したと考えられます。

(3)までできたら，とりあえずは合格圏内と考えると良いかと思います。

1.ガウスの法則

Q[C] から出る電気力線は $\frac{Q}{\varepsilon}$ 本，電束は Q 本であり，電界 E[V/m] 及び電束密度 D [C/m^2] との関係は，任意の閉曲面において，

$$\int_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

$$\int_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = Q$$

となり，これをガウスの法則といいます。

> ! $\boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ はベクトルの内積を表しています。つまり積分の中身はスカラー量となります。

閉局面が球で，点電荷に蓄えられている電荷 Q [C] があれば，単位長さ当たりの電界 E [V/m] は，

$$4\pi r^2\cdot E = \frac{Q}{\varepsilon}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

となります。

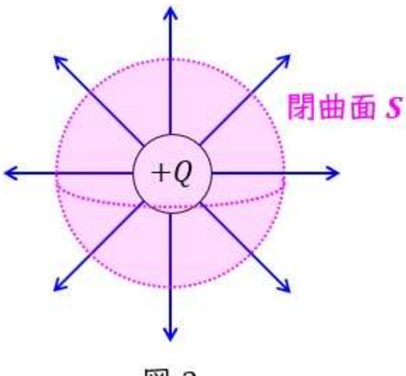


図３

2.空間上の電位 V

中心からの距離 r [m] に関する電界 E_r [V/m] が与えられている時，その場所の電位 V [V] は無限遠を基準とすると，

$$V = -\int_\infty^r E_\mathrm{r}\mathrm{d}r$$

で求められます。

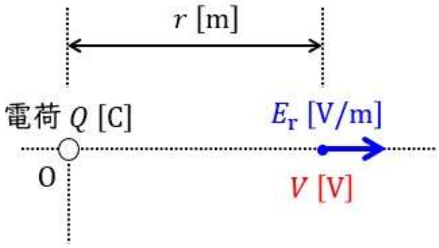


図４

【解答】

(1)解答：チ

単位長さあたりの電荷が Q であるから，ワンポイント解説「1.ガウスの法則」より，

$$2\pi r\times 1\times E(r) = \frac{Q}{\varepsilon_1}$$

$$E(r) = \frac{Q}{2\pi r\varepsilon_1}$$

と求められる。

(2)解答：ニ

(1)解答式より，内外円筒間の電位差 V は，ワンポイント解説「2.空間上の電位 V」の通り，

$$V = -\int_b^a E(r)\mathrm{d}r = -\int_b^a \frac{Q}{2\pi r\varepsilon_1}\mathrm{d}r = \int_a^b \frac{Q}{2\pi r\varepsilon_1}\mathrm{d}r$$

$$= \frac{Q}{2\pi\varepsilon_1}\int_a^b \frac{1}{r}\mathrm{d}r = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_1}[\ln r]_a^b$$

$$= \frac{Q}{2\pi\varepsilon_1}(\ln b - \ln a) = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_1}\ln\frac{b}{a}$$

となるので，静電容量 C は，

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi\varepsilon_1}\ln\frac{b}{a}} = \frac{1}{\frac{1}{2\pi\varepsilon_1}\ln\frac{b}{a}} = \frac{2\pi\varepsilon_1}{\ln\frac{b}{a}}$$

と求められる。

【ワンポイント解説】

一様に電荷を帯びた球の作る電界及び電位に関する問題です。

ガウスの法則を利用する典型的な問題例ですが，やや計算量が多いため朝一の受験生に厳しい問題であったかなと思います。

もし(5)が具体的な式の導出であった場合は１種レベルの問題と考えて良いでしょう。

1.ガウスの法則

Q[C] から出る電気力線は $\frac{Q}{\varepsilon}$ 本であり，電界 E との関係は，任意の閉曲面において，

$$\int_S \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

となり，これをガウスの法則といいます。

> ! $\boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ はベクトルの内積を表しています。つまり積分の中身はスカラー量となります。

2.空間上の電位V

中心からの距離rに関する電界E_rが与えられている時，その場所の電位Vは無限遠を基準とすると，

$$V = -\int_\infty^r E_\mathrm{r}\mathrm{d}r$$

で求められます。

【解答】

(1)解答：ヲ

半径 r の球の体積は $\frac{4}{3}\pi r^3$ であるから，領域Ａに存在する電荷の合計 Q_A は，

$$\begin{aligned} Q_\mathrm{A} &= \rho\cdot\frac{4}{3}\pi a^3 \\ &= \frac{4}{3}\pi a^3\rho \end{aligned}$$

と求められる。

(2)解答：ニ

図１に示すように，領域Ａでの半径 r の球の内側の電荷の合計 Q'_A は，

$$Q'_\mathrm{A} = \frac{4}{3}\pi r^3\rho$$

であり，半径 r の球の表面積は $4\pi r^2$ であるから，電界 $E(r)$ の大きさは，ワンポイント解説「1.ガウスの法則」より，

$$\begin{aligned} 4\pi r^2 E(r) &= \frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho}{\varepsilon_0} \\ E(r) &= \frac{\frac{4}{3}\pi r^3\rho}{4\pi r^2\varepsilon_0} \\ &= \frac{\rho}{3\varepsilon_0}r \end{aligned}$$

と求められる。

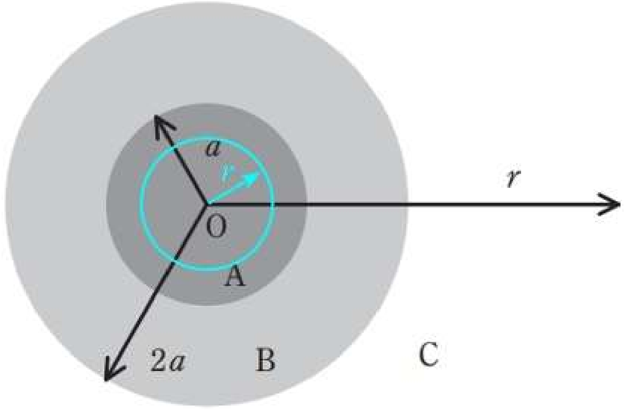


図１

(3)解答：ホ

図２に示すように，領域Ｂでの半径 r の球の内側の電荷の合計 Q_B は，

$$\begin{aligned} Q_\mathrm{B} &= \rho\cdot\frac{4}{3}\pi a^3 - \frac{\rho}{7}\left(\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi a^3\right) \\ &= \frac{4}{3}\pi a^3\rho - \frac{4}{21}\pi r^3\rho + \frac{4}{21}\pi a^3\rho \\ &= \frac{32}{21}\pi a^3\rho - \frac{4}{21}\pi r^3\rho \\ &= \frac{4}{21}\pi(8a^3 - r^3)\rho \end{aligned}$$

であるから，電界 $E(r)$ の大きさは，ワンポイント解説「1.ガウスの法則」より，

$$\begin{aligned} 4\pi r^2 E(r) &= \frac{\frac{4}{21}\pi(8a^3 - r^3)\rho}{\varepsilon_0} \\ E(r) &= \frac{\frac{4}{21}\pi(8a^3 - r^3)\rho}{4\pi r^2\varepsilon_0} \\ &= \frac{(8a^3 - r^3)\rho}{21r^2\varepsilon_0} \\ &= \frac{\rho}{21\varepsilon_0}\left(\frac{8a^3}{r^2} - r\right) \end{aligned}$$

と求められる。

【ワンポイント解説】

平行平板コンデンサに関する問題です。

(1)は静電界の概念がしっかりと理解されている方には易しく，ただ公式を丸暗記している方だと難しく感じる空欄かと思います。

2 種の勉強を進める上ではできるだけ中身を理解しながら学習していくようにしましょう。

1.ガウスの法則

Q[C] から出る電気力線は $\frac{Q}{\varepsilon}$ 本，電束は Q 本であり，電界 E[V/m] 及び電束密度 D [C/m²] との関係は，任意の閉曲面において，

$$\int_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

$$\int_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = Q$$

となり，これをガウスの法則といいます。

> ⓘ $\boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$ はベクトルの内積を表しています。つまり積分の中身はスカラー量となります。

2.平行平板コンデンサの電界 $\boldsymbol{E}$ と電圧 $\boldsymbol{V}$ の関係

極板間の距離 d の平行平板コンデンサに電圧 V をかけると，極板間の電界 E は，

$$E = \frac{V}{d}$$

となります。

3.平行平板コンデンサの電束密度 $\boldsymbol{D}$ と電界 $\boldsymbol{E}$ の関係

極板間の誘電率を ε とすると，電束密度 D と電界 E には，

$$D = \varepsilon E$$

の関係があります。

4.平行平板コンデンサの静電エネルギー $\boldsymbol{W}$

平行平板コンデンサの静電エネルギー W は，

$$W = \frac{1}{2}CV^2$$

であり，$Q = CV$ の関係から，

$$\begin{aligned} W &= \frac{1}{2}QV \\ &= \frac{Q^2}{2C} \end{aligned}$$

となります。

5.平行平板コンデンサのエネルギー密度 $\boldsymbol{w}$

平行平板コンデンサ内のエネルギー密度 w は，

$$w = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

で求められます。

【解答】

(1)解答：カ

ワンポイント解説「1.ガウスの法則」より，単位面積あたりの電荷 σ と電束密度 D の大きさは等しいので，

$$D = \sigma$$

と求められる。

(2)解答：ハ

ワンポイント解説「3.平行平板コンデンサの電束密度 D と電界 E の関係」の通り，誘電体１における電界 E_1 は，

$$\begin{aligned} E_1 &= \frac{D}{\varepsilon_1} \\ &= \frac{\sigma}{\varepsilon_1} \end{aligned}$$

と求められる。

(3)解答：ロ

(2)と同様に，誘電体２における電界 E_2 は，

$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{D}{\varepsilon_2} \\ &= \frac{\sigma}{\varepsilon_2} \end{aligned}$$

となるので，ワンポイント解説「2.平行平板コンデンサの電界 E と電圧 V の関係」の通り，極板間に印加された電圧 V は，

$$\begin{aligned} V &= E_1 d + E_2 d \\ &= \frac{\sigma}{\varepsilon_1}\cdot d + \frac{\sigma}{\varepsilon_2}\cdot d \\ &= \left(\frac{1}{\varepsilon_1} + \frac{1}{\varepsilon_2}\right)\sigma d \\ &= \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\sigma d}{\varepsilon_1 \varepsilon_2} \end{aligned}$$

と求められる。

(4)解答：ヌ

ワンポイント解説「5.平行平板コンデンサのエネルギー密度 w」の通り，誘電体１のエネルギー密度 w_1 及び誘電体２のエネルギー密度 w_2 は，

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【ワンポイント解説】

本問は典型的なガウスの法則を利用した問題ですが，同心球と勘違いするとすべて誤答となってしまう可能性があります。図と問題文をよく読んで間違えないように注意して下さい。

1.ガウスの法則

Q[C]から出る電気力線は$\frac{Q}{\varepsilon}$本であり，電界Eとの関係は，任意の閉曲面において，

$$\int_S \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

となります。閉局面が同軸円筒導体であれば，単位長さ当たりの電界Eは，

$$\begin{aligned} 2\pi r E &= \frac{Q}{\varepsilon} \\ E &= \frac{Q}{2\pi\varepsilon r} \end{aligned}$$

となります。

> ! 同心球にガウスの定理を当てはめるときは，上式の$2\pi r$の部分は$4\pi r^2$となります。

2.空間上の電位V

中心からの距離rに関する電界E_{r}が与えられている時，その場所の電位Vは，

$$V = -\int_\infty^r E_{\mathrm{r}}\mathrm{d}r$$

で求められます。

【解答】

(1)解答：リ

ガウスの法則より，

$$\begin{aligned} 2\pi r D(r) &= Q \\ D(r) &= \frac{Q}{2\pi r} \end{aligned}$$

と求められる。

(2)解答：ヌ

②より，$D(r) = \varepsilon E(r)$であるから，

$$E(r) = \frac{D(r)}{\varepsilon} = \frac{Q}{2\pi\varepsilon r}$$

となり，ワンポイント解説「2.空間上の電位V」より，

$$\begin{aligned} V &= \int_a^b E(r)\mathrm{d}r = \int_a^b \frac{Q}{2\pi\varepsilon r}\mathrm{d}r = \frac{Q}{2\pi\varepsilon}[\ln r]_a^b \\ &= \frac{Q}{2\pi\varepsilon}[\ln b - \ln a] \\ &= \frac{Q}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a} \end{aligned}$$

となる。よって静電容量$C = \frac{Q}{V}$より，

$$C = \frac{Q}{V} = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a}} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{b}{a}}$$

と求められる。

(3)解答：ホ

単位長さ当たりの電流Iと電流密度$J(r)$との関係は，

$$\begin{aligned} I &= 2\pi r \times J(r) \\ J(r) &= \frac{I}{2\pi r} \end{aligned}$$

と求められる。

(4)解答：ヘ

$J(r)$ と$E(r)$との間に成り立つオームの法則は，

$$J(r) = \sigma E(r)$$

となる。

(5)解答：ル

$G = \frac{I}{V}$ は誘電体においては$\frac{Q}{V} = C$に対応するから，

$$\frac{Q}{V} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{b}{a}}$$

$$\rightarrow \quad \frac{I}{V} = \frac{2\pi\sigma}{\ln\frac{b}{a}}$$

と求められる。

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【ワンポイント解説】

同軸円筒導体内の電界に関する問題です。

ケーブルで誘電体部の電界ができるだけ低くなるような導体の太さを模擬して検討している問題と言えるかと思います。

2 種では本問のように電磁気で高い計算力が求められるので，計算力に自信のない方はまず数学の勉強をして，本問に臨んで下さい。

1.ガウスの法則

Q[C] から出る電気力線は $\frac{Q}{\varepsilon}$ 本であり，電界Eとの関係は，任意の閉曲面において，

$$\int_S \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

となり，これをガウスの法則といいます。閉局面が同軸円筒導体で，単位長さ当たりに蓄えられている電荷 q があれば，単位長さ当たりの電界 E は，

$$\begin{aligned} 2\pi r \times 1 \cdot E &= \frac{q}{\varepsilon} \\ E &= \frac{q}{2\pi\varepsilon r} \end{aligned}$$

となります。

> ! 同心球であれば，$2\pi r$の部分が$4\pi r^2$となります。

2.空間上の電位V

中心からの距離 r に関する電界 E_{r} が与えられている時，その場所の電位 V は無限遠を基準とすると，

$$V = -\int_{\infty}^{r} E_{\mathrm{r}}\mathrm{d}r$$

で求められます。

3.積の微分の公式

$y(x) = u(x)v(x)$ で与えられる関数があるとき，この関数の微分は，

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}x} &= \frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}x}v + u\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}x} \\ &= u'v + uv' \end{aligned}$$

で求められます。

【解答】

(1)解答：ト

ワンポイント解説「1.ガウスの法則」の通り，半径 r の位置における電界の強さ E_{r} は，

$$\begin{aligned} 2\pi r \times 1 \cdot E_{\mathrm{r}} &= \frac{q}{\varepsilon} \\ E_{\mathrm{r}} &= \frac{q}{2\pi\varepsilon r} \end{aligned}$$

と求められる。

(2)解答：ル

円筒間の電位差 V は，b を基準とした a の電位であるから，ワンポイント解説「2.空間上の電位 V 」より，

$$\begin{aligned} V &= -\int_b^a E_{\mathrm{r}}\mathrm{d}r \\ &= -\int_b^a \frac{q}{2\pi\varepsilon r}\mathrm{d}r \\ &= -\frac{q}{2\pi\varepsilon}\int_b^a \frac{1}{r}\mathrm{d}r \\ &= -\frac{q}{2\pi\varepsilon}[\ln r]_b^a \\ &= -\frac{q}{2\pi\varepsilon}(\ln a - \ln b) \\ &= \frac{q}{2\pi\varepsilon}(\ln b - \ln a) \\ &= \frac{q}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a} \end{aligned}$$

となるので，これより内部導体に単位長さ当たりに蓄えられている電荷 q は，

$$\begin{aligned} V &= \frac{q}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{b}{a} \\ q &= \frac{2\pi\varepsilon V}{\ln\frac{b}{a}} \end{aligned}$$

と求められる。

(3)解答：ワ

①，②式について q を消去すると，

〔問 1 の解答群〕

(イ)	4 倍	(ロ)	$\frac{\rho\varepsilon_0}{2\pi}\left[\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(d-x)^2}\right]$	(ハ)	$\frac{\pi\varepsilon_0}{2\ln\frac{2h-a}{a}}$
(ニ)	$\frac{\rho}{\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{d-a}\right)$	(ホ)	$\frac{\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{d-a}{a}}$	(ヘ)	$\frac{\rho^2}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{h-a}{a}$
(ト)	$\frac{\pi\varepsilon_0 a(d-a)}{d-2a}$	(チ)	$\frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{x^2}+\frac{1}{(d-x)^2}\right]$	(リ)	$\frac{1}{2}$ 倍
(ヌ)	$\frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{d-x}\right)$	(ル)	$\frac{\rho\varepsilon_0}{\pi}\left(\frac{1}{a}-\frac{1}{d-a}\right)$	(ヲ)	$\frac{\rho}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-a}{a}$
(ワ)	2 倍	(カ)	$\frac{\rho^2}{\pi\varepsilon_0}\ln\frac{d-a}{a}$	(ヨ)	$\frac{2\pi\varepsilon_0}{\ln\frac{2h-a}{a}}$

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【ワンポイント解説】

電気影像法を利用した電線と大地間の静電容量を求める問題です。

(1)と(2)の計算量が多いため，ここで間違ってしまった人が大きく失点する問題であり，非常に点数差が拡がりやすい問題です。

電気影像法自体は一度理解してしまえばある程度パターン化されてくるので，過去問演習を繰り返してマスターするようにしましょう。

1.ガウスの法則

Q[C] から出る電気力線は $\frac{Q}{\varepsilon}$ 本，電束は Q 本であり，電界 E[V/m] 及び電束密度 D [C/m²] との関係は，任意の閉曲面において，

$$\int_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

$$\int_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = Q$$

となり，これをガウスの法則といいます。

> ! $\boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$ はベクトルの内積を表しています。つまり積分の中身はスカラー量となります。

閉局面が同軸円筒導体で，単位長さ当たりに蓄えられている電荷 q があれば，単位長さ当たりの電界 E は，

$$2\pi r\times 1\cdot E = \frac{q}{\varepsilon}$$

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon r}$$

となります。

2.空間上の電位 V

中心からの距離 r [m] に関する電界 E_r [V/m] が与えられている時，その場所の電位 V [V] は無限遠を基準とすると，

$$V = -\int_\infty^r E_\mathrm{r}\mathrm{d}r$$

で求められます。

【解答】

(1)解答：ヌ

ワンポイント解説「1.ガウスの法則」の通り，$+\rho$ の電荷による電界 $E_1(x)$ は，

$$E_1(x) = \frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0 x}$$

であり，$-\rho$ の電荷による電界 $E_2(x)$ は，

$$E_2(x) = -\frac{\rho}{2\pi\varepsilon_0(d-x)}$$

である。それぞれの電界の向きは共に右向きである

〔問 5 の解答群〕

(イ)	$\dfrac{I}{2\pi r}$	(ロ)	$\dfrac{V}{4\pi r^2 R}$	(ハ)	$\dfrac{\mu_0 I}{4\pi r^2}$
(ニ)	$\dfrac{V}{r\ln\dfrac{b}{a}}$	(ホ)	$\dfrac{3\mu_0 I r^2}{4\pi a^3}$	(ヘ)	$\dfrac{r\ln\dfrac{b}{a}}{4\pi\varepsilon_0 V}$
(ト)	$\mu_0 I$	(チ)	$\dfrac{V}{2\pi r R}$	(リ)	0
(ヌ)	$\dfrac{\mu_0 I r}{2\pi a^2}$	(ル)	$\dfrac{V}{\pi r^2 R}$	(ヲ)	$\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}$
(ワ)	$\dfrac{Vr}{4\pi^2\varepsilon_0^2\ln\dfrac{b}{a}}$	(カ)	$\dfrac{\mu_0 I}{\pi r^2}$	(ヨ)	$\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r^2}$

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【ワンポイント解説】

円筒導体もしくは円柱導体の周りの磁界分布及び電界分布に関する問題です。

特に図 1 と図 2 の違いは電験 2 種では非常に重要な内容となりますので，しっかりと理解する必要があります。

余裕があれば，問題文 d の文章中の $E_{\mathrm{r}} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ や

$V = -\displaystyle\int_b^a E_{\mathrm{r}}\mathrm{d}r = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{b}{a}$ も自力で導き出せるように練習しておきましょう。

1.ガウスの法則

Q[C]から出る電気力線は$\frac{Q}{\varepsilon}$本であり，電界 E [V/m] との関係は，任意の閉曲面において，

$$\int_S \boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

となり，これをガウスの法則といいます。

> ! $\boldsymbol{E}\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ はベクトルの内積を表しています。つまり積分の中身はスカラー量となります。

2.アンペールの周回積分の法則

図 4 のように無限長直線電流 I [A] が流れているとき，電線から距離 r [m] の位置での磁界の強さ H [A/m] は，

$$H = \frac{I}{2\pi r}$$

となります。

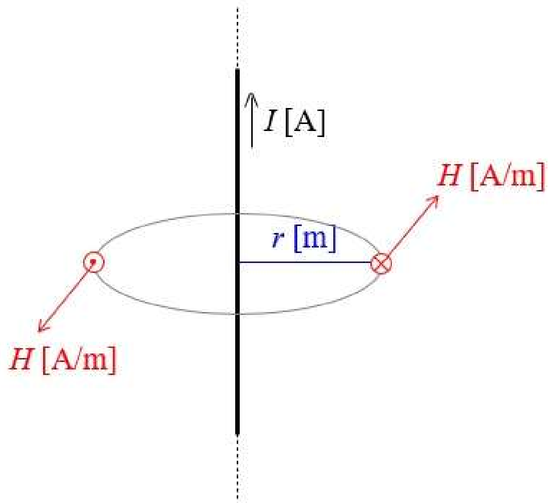


図 4

3.磁束密度 B と磁界の大きさ H の関係

透磁率が μ [H/m] の時，磁束密度 B [T] と磁界の大きさ H [A/m] の関係は，

$$B = \mu H$$

となります。

ルブリッジは抵抗を測定するブリッジで 1 種平成 21 年問 4 に出題されたことがあります。

(3)解答：ワ

題意に沿って， $V_{\mathrm{b}}=-AV_{\mathrm{d}}$ 及び $V_{\mathrm{d}}=X_{\mathrm{d}}I_{\mathrm{d}}$ を $V_{\mathrm{d}}-V_{\mathrm{b}}=Z_2I_2$ に代入すれば，

$$
\begin{aligned}
V_{\mathrm{d}}-V_{\mathrm{b}} &= Z_2I_2 \\
X_{\mathrm{d}}I_{\mathrm{d}}+AV_{\mathrm{d}} &= Z_2I_2 \\
X_{\mathrm{d}}I_{\mathrm{d}}+AX_{\mathrm{d}}I_{\mathrm{d}} &= Z_2I_2 \\
X_{\mathrm{d}}I_{\mathrm{d}}(1+A) &= Z_2I_2 \\
\frac{I_{\mathrm{d}}}{I_2} &= \frac{1}{A+1}\frac{Z_2}{X_{\mathrm{d}}}
\end{aligned}
$$

と求められる。

(4)解答：チ

漏れ電流の影響を受けずに 4 辺の電流が均衡した回路においては，ブリッジの平衡条件が成立するので，電源の角周波数を ω とすれば，ワンポイント解説「1.交流ブリッジ回路の平衡条件」の通り，

$$(R_x+\mathrm{j}\omega L_x)\left(\frac{R_2\cdot\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}}{R_2+\frac{1}{\mathrm{j}\omega C_2}}\right)=R_1R_3$$

$$(R_x+\mathrm{j}\omega L_x)\left(\frac{\frac{R_2}{\mathrm{j}\omega C_2}}{\frac{1+\mathrm{j}\omega C_2R_2}{\mathrm{j}\omega C_2}}\right)=R_1R_3$$

$$(R_x+\mathrm{j}\omega L_x)\frac{R_2}{1+\mathrm{j}\omega C_2R_2}=R_1R_3$$

$$(R_x+\mathrm{j}\omega L_x)R_2=R_1R_3(1+\mathrm{j}\omega C_2R_2)$$

$$R_xR_2+\mathrm{j}\omega L_xR_2=R_1R_3+\mathrm{j}\omega C_2R_1R_2R_3$$

となる。実部虚部について，それぞれ等しくなければならないので，実部を比較すれば，

$$
\begin{aligned}
R_xR_2 &= R_1R_3 \\
R_x &= \frac{R_1R_3}{R_2}
\end{aligned}
$$

と求められる。

(5)解答：ヲ

(4)と同様にブリッジの平衡条件の虚部を比較すれば，

$$
\begin{aligned}
\omega L_xR_2 &= \omega C_2R_1R_2R_3 \\
L_x &= C_2R_1R_3
\end{aligned}
$$

と求められる。

と求められる。

(2)解答：ワ

ワンポイント解説「4.電磁誘導に関するファラデーの法則」より，巻線2に発生する誘導起電力Uは，

$$U=-n_2\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}$$

と求められる。

(3)解答：ニ

正弦波において，波高値は実効値の$\sqrt{2}$倍であるから，$\sqrt{2}$ [A]と求められる。

(4)解答：リ

交流電流は$i=A\sin\omega t$で表せ，$\omega=2\pi f$であるから，

$$\begin{aligned}\omega &= 2\pi f\\ &= 2\pi\times 50\\ &= 100\pi\end{aligned}$$

と求められる。

(5)解答：ホ

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{n_1 i\mu_0\mu_\mathrm{r}S}{l}\\ &= \frac{n_1\mu_0\mu_\mathrm{r}S}{l}\sqrt{2}\sin(100\pi t)\\ &= \frac{\sqrt{2}n_1\mu_0\mu_\mathrm{r}S}{l}\sin(100\pi t)\end{aligned}$$

より，

$$\begin{aligned}\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} &= \frac{\sqrt{2}n_1\mu_0\mu_\mathrm{r}S}{l}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}[\sin(100\pi t)]\\ &= \frac{100\sqrt{2}\pi n_1\mu_0\mu_\mathrm{r}S}{l}\cos(100\pi t)\end{aligned}$$

となるので，誘導起電力Uは，

$$\begin{aligned}U &= -n_2\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t}\\ &= -n_2\frac{100\sqrt{2}\pi n_1\mu_0\mu_\mathrm{r}S}{l}\cos(100\pi t)\\ &= -\frac{100\sqrt{2}\pi n_1 n_2\mu_0\mu_\mathrm{r}S}{l}\cos(100\pi t)\end{aligned}$$

となるので，誘導起電力Uの実効値U_dは，

$$U_\mathrm{d}=\frac{100\pi n_1 n_2\mu_0\mu_\mathrm{r}S}{l}$$

$$=\frac{100\pi\times 100\times 20\times 4\pi\times 10^{-7}\times 1000\times 3.0\times 10^{-3}}{0.5}$$

$$\fallingdotseq 4.73[\mathrm{V}]$$

と求められる。

(2)解答：ヌ

図 4 に示すように，点 P_1 及び点 P_3 の各正電荷 $+Q$ と点 P_2 の負電荷 $-2Q$ 間に働く力を F_2'，求める合成力を F_2 とする。F_2' の大きさは，ワンポイント解説「1.クーロンの法則」の通り，電荷間の距離が $\sqrt{2}a$ なので，

$$\begin{aligned} F_2' &= \frac{Q \cdot 2Q}{4\pi\varepsilon_0(\sqrt{2}a)^2} \\ &= \frac{2Q^2}{4\pi\varepsilon_0 \cdot 2a^2} \\ &= \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2} \end{aligned}$$

となり，求める合成力 F_2 は，

$$\begin{aligned} F_2 &= \sqrt{2}F_2' \\ &= \frac{\sqrt{2}Q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2} \\ &= \frac{Q^2}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{\sqrt{2}}{a^2} \end{aligned}$$

と求められる。

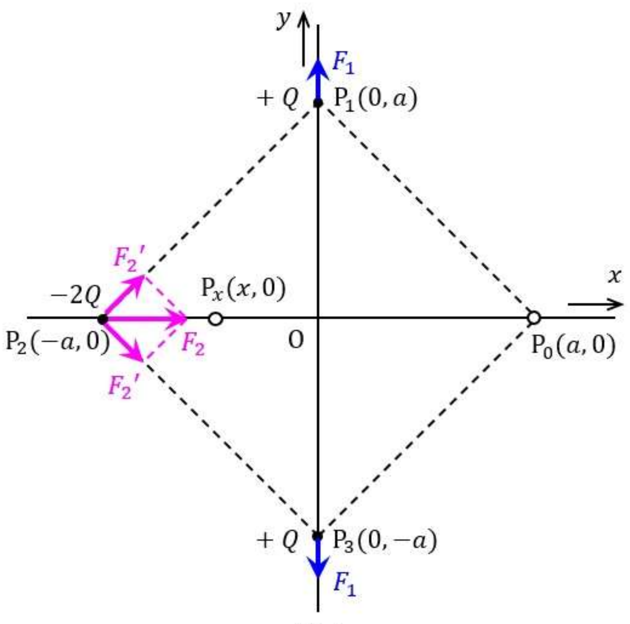


図 4

(3)解答：ト

各正電荷による点 P_0 での電界を E_0'，合成電界を E_0 とすると，それぞれの電界は図 5 に示す通りとなる。

したがって，合成電界の y 軸成分は **0** となる。

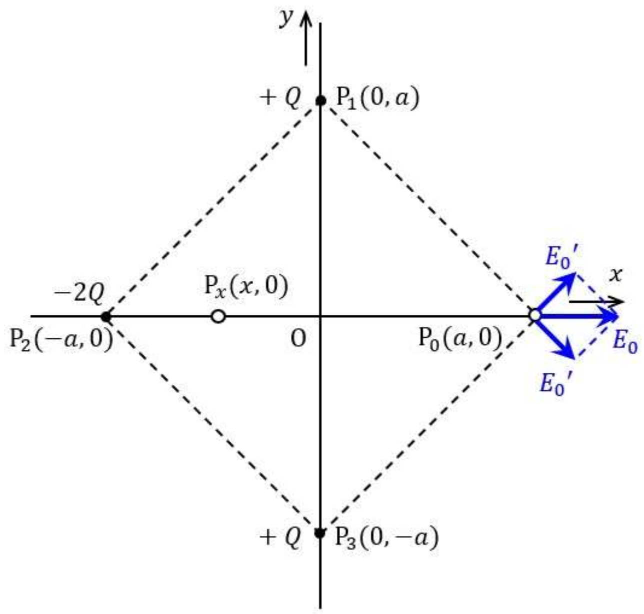


図 5

(4)解答：ハ

それぞれの電荷による点 P_0 での電界を図 6 に示す。各正電荷による点 P_0 での電界 E_0' の大きさは，ワンポイント解説「2.真空中の電界の大きさ」の通り，

$$\begin{aligned} E_0' &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\left(\sqrt{2}a\right)^2} \\ &= \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 a^2} \end{aligned}$$

であり，その合成電界 E_0 の大きさは，

$$\begin{aligned} E_0 &= \sqrt{2}E_0' \\ &= \frac{\sqrt{2}Q}{8\pi\varepsilon_0 a^2} \end{aligned}$$

となる。また，点 P_2 の負電荷による点 P_0 での電界 E_2 の大きさは，

$$\begin{aligned} E_2 &= \frac{2Q}{4\pi\varepsilon_0(2a)^2} \\ &= \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 a^2} \end{aligned}$$

となる。したがって，全部の電界による電界 E の大きさは，

$$\begin{aligned} E &= E_0 - E_2 \\ &= \frac{\sqrt{2}Q}{8\pi\varepsilon_0 a^2} - \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 a^2} \\ &= \frac{(\sqrt{2}-1)Q}{8\pi\varepsilon_0 a^2} \\ &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{\sqrt{2}-1}{2a^2} \end{aligned}$$

と求められる。

令和５年 問７

問題　【難易度】★★☆☆☆（やや易しい）

次の文章は，ニッケル－水素化物電池に関する記述である。文中の［　　］に当てはまる最も適切なものを解答群の中から選べ。

充電して反復使用可能な電池を二次電池または蓄電池という。充電と放電の全く逆な過程を［（1）］に進行させることができる電池である。二次電池の一つであるニッケル－水素化物電池は，水酸化ナトリウムなど強アルカリ濃厚水溶液を電解液とした二次電池であり，負極に金属水素化物，正極にオキシ水酸化ニッケルを用いるアルカリ蓄電池の一種である。金属水素化物に $\mathrm{LaNi_5H_6}$ を使用したニッケル－水素化物電池の電極反応は以下のように書ける。

負極　$\frac{1}{6}\mathrm{LaNi_5H_6} + \mathrm{OH^-} \rightleftarrows \frac{1}{6}\mathrm{LaNi_5} + \mathrm{H_2O} + \mathrm{e^-}$

正極　$\mathrm{NiOOH} + \mathrm{H_2O} + \mathrm{e^-} \rightleftarrows \mathrm{Ni(OH)_2} + \mathrm{OH^-}$

ここで，この電極反応式の左向きに進む反応が［（2）］である。電池の構成としては，正極負極間の距離を短くするとともに短絡を防止するために［（3）］が設けられる。電池の容量はファラデーの法則に従い活物質量に比例する。 $900\ \mathrm{mA\cdot h}$ の容量に必要な理論的な活物質量は［（4）］g である。今，公称電圧 $1.2\ \mathrm{V}$，容量 $900\ \mathrm{mA\cdot h}$ のニッケル水素化物電池の全体重量が $13\ \mathrm{g}$ であるとき，重量あたりの電気エネルギー容量は［（5）］である。なお，原子量はそれぞれ $\mathrm{H} = 1.01$， $\mathrm{O} = 16.0$， $\mathrm{Ni} = 58.7$， $\mathrm{La} = 139$，ファラデー定数は $26.8\ \mathrm{A\cdot h/mol}$ である。

〔問７の解答群〕

（イ）	非可逆	（ロ）	5.54	（ハ）	可逆的
（ニ）	放電	（ホ）	絶縁膜	（ヘ）	$83.1\ \mathrm{mW\cdot h/g}$
（ト）	イオン交換膜	（チ）	$69.2\ \mathrm{mW\cdot h/g}$	（リ）	充電
（ヌ）	11.1	（ル）	セパレータ	（ヲ）	同時
（ワ）	$83.1\ \mathrm{J/g}$	（カ）	2.77	（ヨ）	自発的

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【ワンポイント解説】

ニッケル－水素化物電池に関する問題ですが，実質的には電気化学の一般論とファラデーの法則の理解を問う問題です。

２種の受験生ですと，後半の(4)と(5)の空欄の正答率が３種の受験生に比べ大幅に高くなりますので，必ず計算方法をマスターしておくようにして下さい。

1.ニッケル－水素化物電池

負極活物質に水素吸蔵合金（MH），正極活物質にオキシ水酸化ニッケル（ NiOOH ）を用いた二次電池で，一昔前はニッケル－カドミウム電池が充電池の主流でしたが，カドミウムの環境負荷が大きいため，現在はニッケル－水素化物電池が使用されています。

①化学反応式(反応式は暗記不要です)

負　極： $\mathrm{MH} + \mathrm{OH^-} \underset{\text{充電}}{\overset{\text{放電}}{\rightleftarrows}} \mathrm{M} + \mathrm{H_2O} + \mathrm{e^-}$

正　極： $\mathrm{NiOOH} + \mathrm{H_2O} + \mathrm{e^-} \underset{\text{充電}}{\overset{\text{放電}}{\rightleftarrows}} \mathrm{Ni(OH)_2} + \mathrm{OH^-}$

(4)解答：リ　電気設備の技術基準の解釈第 19 条第 5 項の通り，加えてとなります。

(5)解答：イ　電気設備の技術基準の解釈第 19 条第 6 項の通り，**150 V** となります。

＜電気設備の技術基準の解釈第 19 条＞

電路の保護装置の確実な動作の確保、異常電圧の抑制又は対地電圧の低下を図るために必要な場合は、本条以外の解釈の規定による場合のほか、次の各号に掲げる場所に接地を施すことができる。

一　電路の中性点（使用電圧が 300 V 以下の電路において中性点に接地を施し難いときは、電路の(1)一端子）

二　特別高圧の直流電路

三　(2)燃料電池の電路又はこれに接続する直流電路

2　第 1 項の規定により電路に接地を施す場合の接地工事は、次の各号によること。

一　接地極は、故障の際にその近傍の大地との間に生じる電位差により、人若しくは家畜又は他の工作物に危険を及ぼすおそれがないように施設すること。

二　接地線は、引張強さ 2.46 kN 以上の容易に腐食し難い金属線又は直径 4 mm 以上の軟銅線（低圧電路の中性点に施設するものにあっては、引張強さ 1.04 kN 以上の容易に腐食し難い金属線又は直径 2.6 mm 以上の軟銅線）であるとともに、故障の際に流れる電流を安全に通じることのできるものであること。

三　接地線は、損傷を受けるおそれがないように施設すること。

四　接地線に接続する抵抗器又はリアクトルその他は、故障の際に流れる電流を安全に通じることのできるものであること。

五　接地線、及びこれに接続する抵抗器又はリアクトルその他は、取扱者以外の者が出入りできない場所に施設し、又は接触防護措置を施すこと。

3　低圧電路において、第 1 項の規定により同項第一号に規定する場所に接地を施す場合の接地工事は、第 2 項によらず、次の各号によることができる。

一　接地線は、引張強さ 1.04 kN 以上の容易に腐食し難い金属線又は直径 2.6 mm 以上の軟銅線であるとともに、故障の際に流れる電流を安全に通じることができるものであること。

二　第 17 条第 1 項第三号イからニまでの規定に準じて施設すること。

4　変圧器の安定巻線若しくは遊休巻線又は電圧調整器の内蔵巻線を異常電圧から保護するために必要な場合は、その巻線に接地を施すことができる。この場合の接地工事は、**(3) A** 種接地工事によること。

5　需要場所の引込口付近において、地中に埋設されている建物の鉄骨であって、大地との間の電気抵抗値が 3 Ω 以下の値を保っているものがある場合は、これを接地極に使用して、B 種接地工事を施した低圧電線路の中性線又は接地側電線に、第 24 条の規定により施す接地に(4)加えて接地工事を施すことができる。この場合の接地工事は、次の各号によること。

一　接地線は、引張強さ 1.04 kN 以上の容易に腐食し難い金属線又は直径 2.6 mm 以上の軟銅線であるとともに、故障の際に流れる電流を安全に通じることのできるものであること。

二　接地線は、次のいずれかによること。

イ　接触防護措置を施すこと。

ロ　第 164 条第 1 項第一号から第三号までの規定に準じて施設すること。

6　電子機器に接続する使用電圧が(5) 150 V 以下の電路、その他機能上必要な場所において、電路に接地を施すことにより、感電、火災その他の危険を生じることのない場合には、電路に接地を施すことができる。