【ワンポイント解説】

三つの同心導体球に電荷を加えたときの電荷や電位を求める問題です。

問題はシンプルですが，難易度は比較的高いいかにも１種らしい問題です。

(2)以降は内側に蓄えられる電荷を一旦 Q' とおいて解くところがポイントとなります。

1.ガウスの法則

Q [C] から出る電気力線は $\frac{Q}{\varepsilon}$ 本，電束は Q 本であり，電界 E [V/m] 及び電束密度 D [C/m²] との関係は，任意の閉曲面において，

$$\int_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

$$\int_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = Q$$

となり，これをガウスの法則といいます。閉曲面が球で，点電荷に蓄えられている電荷 Q [C] があれば，電界 E [V/m] は，

$$4\pi r^2\cdot E = \frac{Q}{\varepsilon}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

となります。

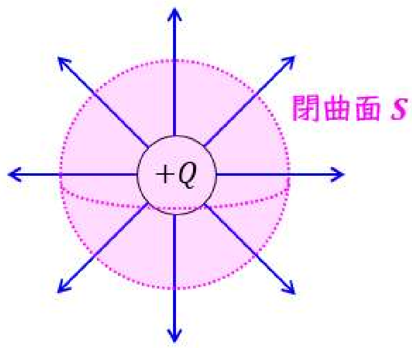


図 1

> ⓘ $\boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$ は行列表示となっていますが、内積となっているためスカラー量になります。

2.空間上の電位 V

中心からの距離 r [m] に関する電界 E_{r} [V/m] が与えられている時，その場所の電位 V [V] は無限遠を基準とすると，

$$V = -\int_{\infty}^{r} E_{\mathrm{r}}\mathrm{d}r$$

で求められます。

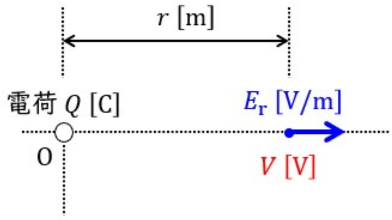


図 2

【解答】

(1)解答：リ

ワンポイント解説「1.ガウスの法則」の通り，球殻 B の内側の電界は 0 であり，球殻 B の外側の電界 E_{r} は，

$$4\pi r^2 E_{\mathrm{r}} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$E_{\mathrm{r}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

となるので，無限遠を基準とした球殻 A の電位 V_{A} は，ワンポイント解説「2.空間上の電位 V」の通り，

$$\begin{aligned} V_{\mathrm{A}} &= -\int_{b}^{a} 0\mathrm{d}r - \int_{\infty}^{b} E_{\mathrm{r}}\mathrm{d}r \\ &= -\int_{\infty}^{b} E_{\mathrm{r}}\mathrm{d}r \\ &= -\int_{\infty}^{b} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r \\ &= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\infty}^{b}\frac{1}{r^2}\mathrm{d}r \\ &= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_{\infty}^{b} \\ &= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{b}\right) \\ &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b} \end{aligned}$$

と求められる。

(2)解答：ヲ

$\mathrm{S_1}$ のみを閉じているときの球殻 A に蓄えられる電荷を Q' とすると，球殻 B の内側の電界 E_{r1} は，ワンポイント解説「1.ガウスの法則」の通り，

$$E_{\mathrm{r1}} = \frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

となり，球殻 B の外側の電界 E_{r2} は，

$$E_{\mathrm{r2}} = \frac{Q+Q'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

となる。よって，無限遠を基準とした球殻 A の電位 V_{A}' は，ワンポイント解説「2.空間上の電位 V」の通り，

$$
\begin{aligned}
V_{\mathrm{A}}' &= -\int_b^a E_{\mathrm{r1}}\mathrm{d}r - \int_\infty^b E_{\mathrm{r2}}\mathrm{d}r \\
&= -\int_b^a \frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r - \int_\infty^b \frac{Q+Q'}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r \\
&= -\frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0}\int_b^a \frac{1}{r^2}\mathrm{d}r - \frac{Q+Q'}{4\pi\varepsilon_0}\int_\infty^b \frac{1}{r^2}\mathrm{d}r \\
&= -\frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_b^a - \frac{Q+Q'}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{r}\right]_\infty^b \\
&= -\frac{Q'}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right) - \frac{Q+Q'}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{b}\right) \\
&= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{Q'}{a}+\frac{Q'}{b}-\frac{Q+Q'}{b}\right) \\
&= -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(-\frac{Q'}{a}-\frac{Q}{b}\right) \\
&= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q'}{a}+\frac{Q}{b}\right)
\end{aligned}
$$

となり，球殻Aは接地されているので，$V_{\mathrm{A}}' = 0$ であるから，

$$
\begin{aligned}
\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{Q'}{a}+\frac{Q}{b}\right) &= 0 \\
\frac{Q'}{a}+\frac{Q}{b} &= 0 \\
\frac{Q'}{a} &= -\frac{Q}{b} \\
Q' &= -\frac{a}{b}Q
\end{aligned}
$$

と求められる。

<u>(3)解答：ワ</u>

(2)より，球殻Bの外側の電界 E_{r2} は，

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{r2}} &= \frac{Q+Q'}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \\
&= \frac{Q-\frac{a}{b}Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \\
&= \frac{b-a}{b}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}
\end{aligned}
$$

となるので，無限遠を基準とした球殻Bの電位 V_{B}' は，ワンポイント解説「2.空間上の電位 V 」の通り，

$$
\begin{aligned}
V_{\mathrm{B}}' &= -\int_\infty^b E_{\mathrm{r2}}\mathrm{d}r \\
&= -\int_\infty^b \frac{b-a}{b}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r \\
&= -\frac{(b-a)Q}{4\pi\varepsilon_0 b}\int_\infty^b \frac{1}{r^2}\mathrm{d}r \\
&= -\frac{(b-a)Q}{4\pi\varepsilon_0 b}\left[-\frac{1}{r}\right]_\infty^b \\
&= -\frac{(b-a)Q}{4\pi\varepsilon_0 b}\left(-\frac{1}{b}\right) \\
&= \frac{(b-a)Q}{4\pi\varepsilon_0 b^2}
\end{aligned}
$$

と求められる。

<u>(4)解答：ヨ</u>

(3)解答式より，球殻Bの対地静電容量 C_{B} は，

$$
\begin{aligned}
C_{\mathrm{B}} &= \frac{Q}{V_{\mathrm{B}}'} \\
&= \frac{Q}{\frac{(b-a)Q}{4\pi\varepsilon_0 b^2}} \\
&= \frac{4\pi\varepsilon_0 b^2}{b-a}
\end{aligned}
$$

と求められる。

<u>(5)解答：ヘ</u>

(2)と同様に，S_1 と S_2 を共に閉じているときの，球殻Aの電荷を Q'' とすると，図3に示すように球殻Cが接地されているため，球殻Cに蓄えられる電荷は $-Q-Q''$ となる。

このとき(2)と同様に，球殻Bの内外の電界 E_{r1}' 及び E_{r2}' は，ワンポイント解説「1.ガウスの法則」の通り，

$$
\begin{aligned}
E_{\mathrm{r1}}' &= \frac{Q''}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \\
E_{\mathrm{r2}}' &= \frac{Q+Q''}{4\pi\varepsilon_0 r^2}
\end{aligned}
$$

となり，球殻Cを基準とした球殻Aの電位 V_{A}'' は，ワンポイント解説「2.空間上の電位 V 」の通り，

〔問１の解答群〕

(イ)	$\dfrac{E_{0\mathrm{v}}}{\varepsilon_0}=\dfrac{E_\mathrm{v}}{2\varepsilon_0}$	(ロ)	$\dfrac{\dfrac{QQ'}{Q+Q'}}{8\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 a^2}$	(ハ)	$2Q$
(ニ)	$\dfrac{2}{3}Q$	(ホ)	$-\dfrac{1}{3}Q$	(ヘ)	$\varepsilon_0 E_{0\mathrm{h}}=2\varepsilon_0 E_\mathrm{h}$
(ト)	$\dfrac{Q+Q'}{8\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 a^2}$	(チ)	0	(リ)	$\dfrac{E_{0\mathrm{h}}}{\varepsilon_0}=\dfrac{E_\mathrm{h}}{2\varepsilon_0}$
(ヌ)	垂直	(ル)	平行	(ヲ)	$\varepsilon_0 E_{0\mathrm{v}}=2\varepsilon_0 E_\mathrm{v}$
(ワ)	$\dfrac{4}{3}Q$	(カ)	$-Q$	(ヨ)	$\dfrac{Q-Q'}{8\sqrt{2}\pi\varepsilon_0 a^2}$

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【ワンポイント解説】

誘電体の近くの電界に関する問題です。

問題文で解法を記載し，受験生にその場で考えさせるいかにも１種らしい問題です。

解答では電界をガウスの法則を使用して求めていますが，途中 $\mathrm{E_{0h}}$， $\mathrm{E_h}$ 及び $\mathrm{E_v}$ が与えられていることから，そこをヒントとして導出しても問題ないかと思います。

1.ガウスの法則

誘電率 ε [F/m] の空間において， Q [C] から出る電気力線は $\frac{Q}{\varepsilon}$ 本，電束は Q [C] であり，電束密度 D [C/m^2] 及び電界 E [V/m] との関係は，任意の閉曲面において，

$$\int_S \boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = Q$$

$$\int_S \boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

となります。

> ⓘ $\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S}$ は行列表示となっていますが、内積となっているためスカラー量になります。

2.点電荷が作る電界の強さ $\boldsymbol{E}$

ガウスの法則より，真空中（誘電率 ε_0 ）で点電荷 Q が作る電界の大きさ E は，距離 r の地点で，

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

となります。

【解答】

(1)解答：ヌ

ワンポイント解説「1.ガウスの法則」の通り，点電荷 Q から出た電束は Q であり，誘電率の変化による電束の増減は発生しないため，β に垂直な電束密度の成分は同じである必要がある。

(2)解答：ヨ

図２において，電荷 Q が点 P に作る電界 $E_{0\mathrm{Q}}$ は，ワンポイント解説「2.点電荷が作る電界の強さ E 」の通り，

$$E_{0\mathrm{Q}} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\left(\sqrt{a^2+a^2}\right)^2} = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 a^2}$$

であり，その水平成分 $E_{0\mathrm{Qh}}$ 及び垂直成分 $E_{0\mathrm{Qv}}$ は，

【ワンポイント解説】

数年に一度出題されるような問題です。本問は近年出題された問題ではかなり易しい部類に入ると思います。確実に理解して試験に臨むようにして下さい。

<u>1.ガウスの法則</u>

電荷 Q から出る電気力線の本数は $\frac{Q}{\varepsilon}$ であり，電界 E との関係で，

$$\int_S E\mathrm{d}S = \frac{Q}{\varepsilon}$$

の関係があります。式中の $\int_S$ は面積積分で，本問において，面積は，

$$S = 2\pi rL$$

となるので，左辺は，

$$\int_S E\mathrm{d}S = 2\pi rLE$$

となります。

<u>2.電位 V と電界 E の関係</u>

電界の大きさ $E(r)$ で表せるとき，中心から a の地点と b の地点の電位差は，

$$V = -\int_a^b E(r)\mathrm{d}r$$

となります。

【解答】

<u>(1)解答：ル</u>

ガウスの法則より，誘電体 1 の内部での中心から r の地点での電界 E_1 は，

$$\begin{aligned} 2\pi rLE_1 &= \frac{Q}{\varepsilon} \\ E_1 &= \frac{Q}{2\pi\varepsilon L}\frac{1}{r} \end{aligned}$$

と求められる。

<u>(2)解答：ワ</u>

(1)と同様に，誘電体 2 の内部での中心から r の地点での電界 E_2 は，

$$\begin{aligned} 2\pi rLE_2 &= \frac{Q}{0.2\varepsilon} \\ E_2 &= \frac{5Q}{2\pi\varepsilon L}\frac{1}{r} \end{aligned}$$

と求められる。

<u>(3)解答：ニ</u>

(1)，(2)より，電界の大きさが最大となるのは，内側導体と誘電体 1 の境界すなわち $r = a$ の時，もしくは誘電体 1 と誘電体 2 の境界すなわち $r = 2a$ の時である。それぞれの電界を求めると，

$$\begin{aligned} E_1(a) &= \frac{Q}{2\pi\varepsilon L}\frac{1}{a} \\ E_2(2a) &= \frac{5Q}{2\pi\varepsilon L}\frac{1}{2a} \\ &= \frac{5Q}{4\pi\varepsilon L}\frac{1}{a} \end{aligned}$$

となるため，誘電体 1 と誘電体 2 の境界が最も電界の大きさが大きくなる。

<u>(4)解答：ヘ</u>

題意より，誘電体 1 の内側境界に対する外側境界の電位 V_1 は，

$$\begin{aligned} V_1 &= -\int_a^{2a} E_1\mathrm{d}r \\ &= -\int_a^{2a} \frac{Q}{2\pi\varepsilon L}\frac{1}{r}\mathrm{d}r \\ &= -\frac{Q}{2\pi\varepsilon L}[\ln r]_a^{2a} \\ &= -\frac{Q}{2\pi\varepsilon L}(\ln 2a - \ln a) \\ &= -\frac{Q}{2\pi\varepsilon L}\ln 2 \end{aligned}$$

と求められる。

<u>(5)解答：ハ</u>

題意より，$V_2 = 5V_1$ であるから，コンデンサの容量 C は，

$$\begin{aligned} C &= \left|\frac{Q}{V}\right| \\ &= \left|\frac{Q}{V_1 + V_2}\right| \\ &= \left|\frac{Q}{6V_1}\right| \\ &= \frac{Q}{6}\cdot\frac{2\pi\varepsilon L}{Q\ln 2} \\ &= \frac{\pi\varepsilon L}{3\ln 2} \end{aligned}$$

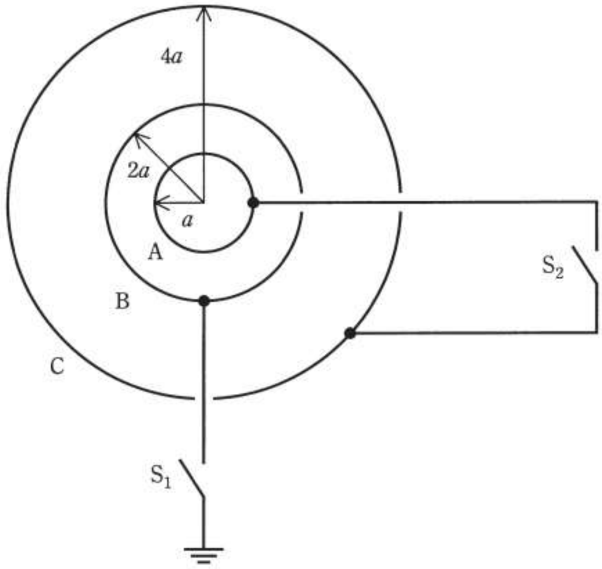
と求められる。

平成 28 年 問 1

<u>問題</u>　【難易度】★★☆☆☆（やや易しい）

次の文章は，三つの導体からなる同心球コンデンサに関する記述である。文中の $\boxed{\quad}$ に当てはまる最も適切なものを解答群の中から選べ。

図のように，半径a，$2a$，$4a$の三つの導体球面A，B，Cが同心となるように真空中に置かれている。その厚さは無視できる。導体B及びCには穴が開けられてそこから導線が引き出されていて，スイッチS_1を閉じると導体Bが接地され，スイッチS_2を閉じると導体A及びCが短絡されるようになっている。ただし，穴は十分小さく，かつ導線及びスイッチは周りの空間と絶縁されており，その影響は無視できるものとする。また，真空中の誘電率はε_0とする。



最初にスイッチS_1及びS_2はともに開いており，導体Aには電荷Qが与えられている。このとき，無限遠を接地電位(零)としたときの導体Aの電位は $\boxed{(1)}$ であり，静電容量は $\boxed{(2)}$ である。また，導体Aより内側の空間における電界の大きさは $\boxed{(3)}$ である。

次に，スイッチS_1を閉じて十分時間が経ったとき，導体Aの電位は $\boxed{(4)}$ になる。

さらに，スイッチS_1を閉じたままスイッチS_2を閉じて十分時間が経ったとき，導体Aに存在する電荷は $\boxed{(5)}$ である。

〔問 1 の解答群〕

（イ）	$\dfrac{Q}{16\pi\varepsilon_0 a}$	（ロ）	$\dfrac{1}{3}Q$	（ハ）	$4\pi\varepsilon_0 a$
（ニ）	0	（ホ）	$\dfrac{3Q}{8\pi\varepsilon_0 a}$	（ヘ）	$\dfrac{1}{5}Q$
（ト）	$\dfrac{4}{3}\pi\varepsilon_0 a$	（チ）	$\dfrac{Q}{8\pi\varepsilon_0 a}$	（リ）	$\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}$
（ヌ）	$\dfrac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 a}$	（ル）	$\dfrac{1}{4}Q$	（ヲ）	$\dfrac{16}{3}\pi\varepsilon_0 a$
（ワ）	$\dfrac{3Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$	（カ）	$\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a^2}$	（ヨ）	$\dfrac{3Q}{16\pi\varepsilon_0 a}$

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【ワンポイント解説】

ガウスの法則と電位の式を用いる問題です。(1)～(4)は二種～三種レベルの問題となります。一種受験者であれば確実に解けるようにしておきたい問題です。

<u>1.ガウスの法則</u>

Q[C]から出る電気力線は$\frac{Q}{\varepsilon}$本であり，電界Eとの関係は，任意の閉曲面において，

$$\int_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

となります。閉局面が球面であれば,

$$4\pi r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon}$$
$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

となります。

> ! Q[C]から出る電束はQ本です。混同しないようにしましょう。

2.空間上の電位V

電荷からの距離rに関する電界E_{r}が与えられている時,その場所の電位Vは,無限遠を基準とすると

$$V = -\int_{\infty}^{r} E_{\mathrm{r}} \mathrm{d}r$$

で求められます。

【解答】

(1)解答:リ

$r > a$における電界Eは,ガウスの法則より,

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

であるから,導体Aの電位Vは,

$$V = -\int_{\infty}^{a} E \mathrm{d}r = -\int_{\infty}^{a} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r$$
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_{\infty}^{a} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

と求められる。

(2)解答:ハ

(1)の解答式より静電容量Cは

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 a$$

と求められる。

(3)解答:ニ

導体Aの内側には電荷はなく,電界が現れないので,電界の大きさは0である。

(4)解答:チ

スイッチ$\mathrm{S_1}$を閉じて十分時間が経つと,導体Bの電位は零となるので,その時の導体Aの電位V_{A}'は,

$$V_{\mathrm{A}}' = -\int_{2a}^{a} E \mathrm{d}r = -\int_{2a}^{a} \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left[\frac{1}{r}\right]_{2a}^{a}$$
$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{2a}\right) = \frac{Q}{8\pi\varepsilon_0 a}$$

と求められる。

(5)解答:ヘ

スイッチ$\mathrm{S_1}$を閉じたままスイッチ$\mathrm{S_2}$を閉じて十分時間が経つと,導体Aと導体Cの電位が等しくなる。その時,各導体に蓄えらえる電荷をQ_{A},Q_{B},Q_{C}とすると,

$$Q_{\mathrm{A}} + Q_{\mathrm{C}} = Q \quad \cdots\cdots\cdots ①$$

であり,導体Cの電位V_{C}は,

$$V_{\mathrm{C}} = -\int_{\infty}^{4a} \frac{Q_{\mathrm{A}} + Q_{\mathrm{B}} + Q_{\mathrm{C}}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r$$
$$= \frac{Q_{\mathrm{A}} + Q_{\mathrm{B}} + Q_{\mathrm{C}}}{16\pi\varepsilon_0 a} \quad \cdots\cdots\cdots ②$$

となり,導体Bの電位V_{B}は,

$$V_{\mathrm{B}} = -\int_{4a}^{2a} \frac{Q_{\mathrm{A}} + Q_{\mathrm{B}}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r + V_{\mathrm{C}}$$
$$= \frac{Q_{\mathrm{A}} + Q_{\mathrm{B}}}{16\pi\varepsilon_0 a} + \frac{Q_{\mathrm{A}} + Q_{\mathrm{B}} + Q_{\mathrm{C}}}{16\pi\varepsilon_0 a}$$
$$= \frac{2Q_{\mathrm{A}} + 2Q_{\mathrm{B}} + Q_{\mathrm{C}}}{16\pi\varepsilon_0 a}$$

となる。$V_{\mathrm{B}} = 0$であるから,

$$V_{\mathrm{B}} = 0$$
$$\frac{2Q_{\mathrm{A}} + 2Q_{\mathrm{B}} + Q_{\mathrm{C}}}{16\pi\varepsilon_0 a} = 0$$
$$2Q_{\mathrm{A}} + 2Q_{\mathrm{B}} + Q_{\mathrm{C}} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots ③$$

となる。導体Aの電位V_{A}は,

$$V_{\mathrm{A}} = -\int_{2a}^{a} \frac{Q_{\mathrm{A}}}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \mathrm{d}r$$
$$= \frac{Q_{\mathrm{A}}}{8\pi\varepsilon_0 a} \quad \cdots\cdots\cdots ④$$

となる。$V_{\mathrm{A}} = V_{\mathrm{C}}$であるから,②,④より,

$$V_{\mathrm{A}} = V_{\mathrm{C}}$$
$$\frac{Q_{\mathrm{A}}}{8\pi\varepsilon_0 a} = \frac{Q_{\mathrm{A}} + Q_{\mathrm{B}} + Q_{\mathrm{C}}}{16\pi\varepsilon_0 a}$$
$$-Q_{\mathrm{A}} + Q_{\mathrm{B}} + Q_{\mathrm{C}} = 0 \quad \cdots\cdots\cdots ⑤$$

となる。①,③,⑤の連立方程式を解くと,

$$Q_{\mathrm{A}} = \frac{1}{5}Q$$
$$Q_{\mathrm{B}} = -\frac{3}{5}Q$$
$$Q_{\mathrm{C}} = \frac{4}{5}Q$$

と求められる。

【ワンポイント解説】

無限線電荷により発生する周囲の電界や力の大きさの導出に関する問題です。

解法は一般的な点電荷とあまり変わりませんが，点電荷より参考書での取り扱いも少ないと思うので，本問を通じて違いを理解しておくようにしましょう。

1.ガウスの法則

誘電率 ε [F/m] の空間において， Q [C] から出る電気力線は $\frac{Q}{\varepsilon}$ 本であり，電界 E [V/m] との関係は，任意の閉曲面において，

$$\int_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

となります。閉局面が同軸円筒導体であれば，線電荷密度を λ [C/m] とすると，単位長さ当たりの電界 E [V/m] は，

$$2\pi r E = \frac{\lambda}{\varepsilon}$$

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon r}$$

となります。

> ⓘ $\boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$ は行列表示となっていますが、内積となっているためスカラー量になります。

2.電気影像法

図 4 のような平面導体から距離 r を隔てて電荷があるとき，電気力線は導体に垂直に入射するため，図 5 のように符号が逆の電荷（仮想電荷）を設定して電界を求めることができます。これを電気影像法といいます。

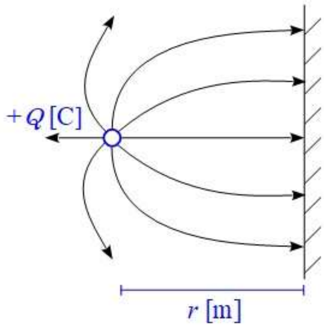


図 4

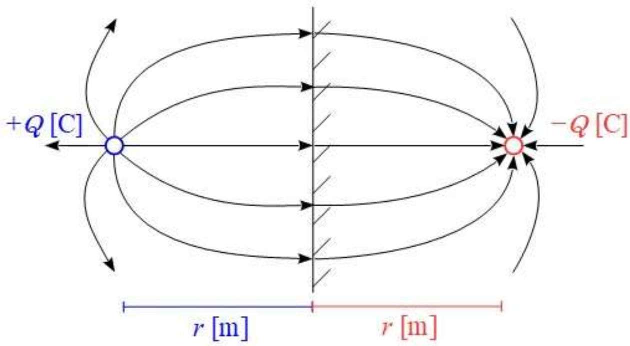


図 5

【解答】

(1)解答：ロ

ワンポイント解説「1.ガウスの法則」の通り，単位長さ当たりの線電荷 $+\lambda$ が距離 a 離れた点 P に作る電界の大きさ E_{P1} は，

$$E_{\mathrm{P1}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a} \text{（下向き）}$$

であり，単位長さ当たりの線電荷 $-\lambda$ が距離 a 離れた点 P に作る電界の大きさ E_{P2} は，

$$E_{\mathrm{P2}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a} \text{（下向き）}$$

となる。 E_{P1} と E_{P2} は同じ向きとなるので，点 P の電界の大きさ E_{P} は，

$$E_{\mathrm{P}} = E_{\mathrm{P1}} + E_{\mathrm{P2}} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a} + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 a} = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 a}$$

と求められる。

(2)解答：カ

単位長さ当たりの線電荷 $+\lambda$ が距離 $2a$ 離れた点に作る電界の大きさ $E_{-\lambda}$ は，

$$E_{-\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 \cdot 2a} = \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a} \text{（下向き）}$$

となるので，単位長さ当たりの線電荷 $-\lambda$ にかかる力の大きさ F_{P} は，

$$F_{\mathrm{P}} = \lambda E_{-\lambda} = \lambda \cdot \frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0 a} = \frac{\lambda^2}{4\pi\varepsilon_0 a} \text{（上向き）}$$

と求められる。

(3)解答：リ

ワンポイント解説「2.電気影像法」の通り，図 2 の場合における Q の電界 E_{Q} は，反対の極性の電荷 $-\lambda$ を導体から距離 a を隔てて反対側に設定すれば良いので，(1)と同様に，

〔問 5 の解答群〕

（イ）	$\dfrac{Q}{2\pi\varepsilon a}$	（ロ）	$\dfrac{Q}{2\pi\varepsilon}\ln\dfrac{r}{a}$	（ハ）	$4\pi\varepsilon a$
（ニ）	6.4	（ホ）	$4\pi\sigma a$	（ヘ）	$\dfrac{1}{4\pi\sigma a}$
（ト）	$2\pi\varepsilon\ln\dfrac{r}{a}$	（チ）	$\dfrac{Q}{2\pi\varepsilon r}$	（リ）	$\dfrac{1}{2\pi\sigma a}$
（ヌ）	$\dfrac{Q}{2\pi\varepsilon r^2}$	（ル）	$2\pi\varepsilon a$	（ヲ）	3.2
（ワ）	$\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$	（カ）	0.16	（ヨ）	$\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon a}$

【正答チェック表】

日にち	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)

【ワンポイント解説】

（1）～（4）までは電磁気の基本的な問題で確実に得点しておきたいところです。（5）も表面積が$\frac{1}{2}$倍になることに注意すれば、簡単に導出することができます。配点も高く公式も与えられているため、電験 1 種としては取りこぼしの許されないサービス問題と言えるでしょう。

1.ガウスの法則

Q[C] から出る電気力線は$\frac{Q}{\varepsilon}$本であり，電界 E との関係は，任意の閉曲面において，

$$\int_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

となり，これをガウスの法則といいます。これより，真空中で電荷 Q が作る電界の大きさ E は，距離 r の地点で，

$$\begin{aligned} 4\pi r^2 E &= \frac{Q}{\varepsilon} \\ E &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2} \end{aligned}$$

となります。

2.点電荷の作る電位 V

真空中で Q が作る電界の大きさ E による電位 V は，無限遠を基準とすると，距離 r の地点で，

$$\begin{aligned} V &= -\int_\infty^r E\mathrm{d}r \\ &= -\int_\infty^r \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\mathrm{d}r \\ &= -\left[-\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}\right]_\infty^r \\ &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r} \end{aligned}$$

となります。

【解答】

(1)解答：ワ

題意より，電気力線の本数$\frac{Q}{\varepsilon}$は，

$$\begin{aligned} Q &= \int_S \boldsymbol{D}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \\ &= \int_S \varepsilon\boldsymbol{E}\cdot\mathrm{d}\boldsymbol{S} \\ \frac{Q}{\varepsilon} &= \int_S E\cdot\mathrm{d}S \end{aligned}$$

となり，半径 r の球の表面積は $4\pi r^2$ であるから，

$$\frac{Q}{\varepsilon} = 4\pi r^2 E$$

と変形できる。よって電界 E の大きさは，

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

と求められる。

(2)解答：ヨ

(1)解答式より，導体表面の電位Vは無限遠の電位を

【ワンポイント解説】

2 種類の誘電体を接したときの各諸量を仮想電荷により求める問題です。

一見複雑に見えますが，文中に導出方法が指定されており，公式も 2 種までに学習した内容で占められていますので，落ち着いて解けば十分完答を狙える問題かと思います。

平成 21 年は前半にやや難易度が高めの問題が設定されていたため，配点の高い本問は合否を分ける非常に重要な問題とも言えるでしょう。

1.クーロンの法則

真空中で距離 r [m]離れた二つの電荷 Q_{A} [C]，Q_{B} [C]に加わる力 F [N]は，真空の誘電率を ε_0 [F/m] とすると，

$$F = \frac{Q_{\mathrm{A}}Q_{\mathrm{B}}}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

となります。このとき，Q_{A}，Q_{B} の＋－の符号が同符号である場合には斥力（反発する力），異符号である場合には引力（引き合う力）が働きます。

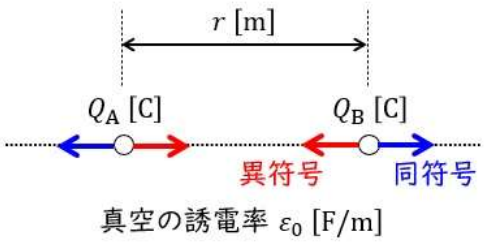


図 4

2.ガウスの法則

Q[C] から出る電気力線は $\frac{Q}{\varepsilon}$ 本，電束は Q 本であり，電界 E[V/m] 及び電束密度 D [C/m²] との関係は，任意の閉曲面において，

$$\int_S \boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = \frac{Q}{\varepsilon}$$

$$\int_S \boldsymbol{D}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S} = Q$$

となり，これをガウスの法則といいます。

> ! $\boldsymbol{E}\cdot \mathrm{d}\boldsymbol{S}$ はベクトルの内積を表しています。つまり積分の中身はスカラー量となります。

閉局面が球で，点電荷に蓄えられている電荷 Q [C] があれば，電界 E [V/m] は，

$$4\pi r^2\cdot E = \frac{Q}{\varepsilon}$$

$$E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$$

となります。

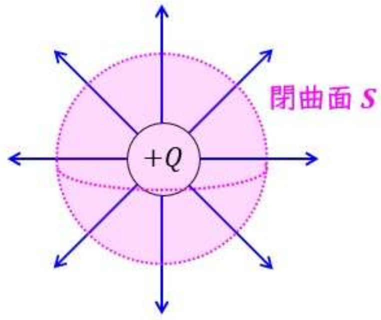


図 5

3.空間上の電位 V

中心からの距離 r [m] に関する電界 E_{r} [V/m] が与えられている時，その場所の電位 V [V] は無限遠を基準とすると，

$$V = -\int_{\infty}^{r} E_{\mathrm{r}}\mathrm{d}r$$

で求められます。これを電界 $E = \frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}$ に適用すると，

$$\begin{aligned} V &= -\int_{\infty}^{r}\frac{Q}{4\pi\varepsilon r^2}\mathrm{d}r \\ &= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\int_{\infty}^{r}\frac{1}{r^2}\mathrm{d}r \\ &= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left[-\frac{1}{r}\right]_{\infty}^{r} \\ &= -\frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(-\frac{1}{r}\right) \\ &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon r} \end{aligned}$$

となり，3 種で学習する公式と同じとなります。

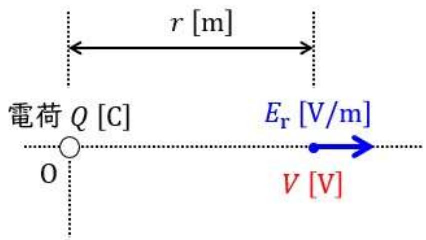


図 6

【解答】

(1)解答：ロ

図 2 において，点 A の電荷 $+Q$ 及び点 B の電荷 $-Q_1$ より，点 P の電位 V_{p1} は，ワンポイント解説「3.空間上の電位 V」の通り，

$$\begin{aligned} V_{p1} &= \frac{Q}{4\pi\varepsilon_1 r} - \frac{Q_1}{4\pi\varepsilon_1 r} \\ &= \frac{Q - Q_1}{4\pi\varepsilon_1 r} \end{aligned}$$

と求められる。

(2)解答：ニ

点 A の電荷 $+Q$ による点 P おける電束密度 D_{1A} は，ワンポイント解説「2.ガウスの法則」の通り，

$$\begin{aligned} 4\pi r^2 D_{1A} &= Q \\ D_{1A} &= \frac{Q}{4\pi r^2} \end{aligned}$$

となり，境界面に垂直な成分 D_{h1A} は，

$$\begin{aligned} D_{h1A} &= D_{1A} \times \frac{a}{r} \\ &= \frac{Q}{4\pi r^2} \times \frac{a}{r} \\ &= \frac{Qa}{4\pi r^3} \end{aligned}$$

となる。同様に，点 B の電荷 $-Q_1$ による点 P における電束密度の境界面に垂直な成分 D_{h1B} は，

$$D_{h1B} = \frac{Q_1 a}{4\pi r^3}$$

となる。図 2 より， D_{h1A} と D_{h1B} は同方向なので，点 P における電束密度の境界面に垂直な成分 D_{h1} は，

$$\begin{aligned} D_{h1} &= D_{h1A} + D_{h1B} \\ &= \frac{Qa}{4\pi r^3} + \frac{Q_1 a}{4\pi r^3} \\ &= \frac{(Q + Q_1)a}{4\pi r^3} \end{aligned}$$

と求められる。

(3)解答：ト

(2)と同様に考えれば，図 3 において点 P の電束密度の境界面に垂直な成分 D_{h2} は，

$$D_{h2} = \frac{Q_2 a}{4\pi r^3}$$

と求められる。

(4)解答：ヨ

(1)と同様に，図 3 における点 P の電位 V_{p2} は，

$$V_{p2} = \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_2 r}$$

である。 $D_{h1} = D_{h2}$ より，

$$\begin{aligned} \frac{(Q + Q_1)a}{4\pi r^3} &= \frac{Q_2 a}{4\pi r^3} \\ Q + Q_1 &= Q_2 \qquad \cdots\cdots\cdots ① \end{aligned}$$

であり， $V_{p1} = V_{p2}$ より，

$$\begin{aligned} \frac{Q - Q_1}{4\pi\varepsilon_1 r} &= \frac{Q_2}{4\pi\varepsilon_2 r} \\ \frac{Q - Q_1}{\varepsilon_1} &= \frac{Q_2}{\varepsilon_2} \\ Q - Q_1 &= \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2} Q_2 \end{aligned}$$

となる。これに①を代入すると，

$$\begin{aligned} Q - Q_1 &= \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}(Q + Q_1) \\ \varepsilon_2 Q - \varepsilon_2 Q_1 &= \varepsilon_1 Q + \varepsilon_1 Q_1 \\ \varepsilon_1 Q_1 + \varepsilon_2 Q_1 &= \varepsilon_2 Q - \varepsilon_1 Q \\ (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) Q_1 &= (\varepsilon_2 - \varepsilon_1) Q \\ Q_1 &= \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} Q \end{aligned}$$

と求められ，さらに上式を①に代入すると，

$$\begin{aligned} Q_2 &= Q + \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} Q \\ &= \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} Q \\ &= \frac{2\varepsilon_2}{\varepsilon_1 - \varepsilon_2} Q \end{aligned}$$

と求められる。

(5)解答：リ

(4)解答式及びワンポイント解説「1.クーロンの法則」より，点電荷 $+Q$ と $-Q_1$ との間の力 F の大きさは，

$$\begin{aligned} F &= \left| \frac{Q(-Q_1)}{4\pi\varepsilon_1 (2a)^2} \right| \\ &= \left| \frac{Q\left(-\frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}{\varepsilon_1 + \varepsilon_2} Q\right)}{16\pi\varepsilon_1 a^2} \right| \\ &= \left| \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2) Q^2}{16\pi\varepsilon_1 (\varepsilon_1 + \varepsilon_2) a^2} \right| \end{aligned}$$

と求められる。

【ワンポイント解説】
ディジタルフィルタはフーリエ変換を用いた演算によるフィルタです。正確に勉強すると長い数式が出てくる内容ですが，本問はその概要となっています。本問のような特殊な問題は出題されても選択問題なので，不要な方は飛ばしても良いと思いますが，一種の場合は配点が高いので勉強しておいても良いかもしれません。

【用語の解説】
（イ）メインフレーム
コンピュータで企業等で使う大型の計算機をメインフレームと言います。
（ロ）**IIR**，（ル）**FIR**
ディジタルフィルタにはインパルス応答が無限のものと有限のものがあり，無限のものをIIR，有限のものをFIRと言います。
（ハ）バートレット
よくわからない用語ですが，インターネットで調べると西洋梨が出てきます。
（ニ）**DSP**
デジタルシグナルプロセッサの略で消費電力が少なく，積和演算機能やメモリ構成などを専用に強化したプロセッサです。
（ホ）カイザー
窓関数の一つで他の窓関数では変更可能なパラメータはありませんが，カイザー窓はパラメータを自由にとることができます。
（へ）ギブス
FIRで元の信号に対し有限領域を取り出した際，カット周波数付近で急激に誤差が大きくなる現象を言います。
（ト）線形位相特性
位相が周波数に比例する特性を言います。
（チ）ブラックマン
窓関数の一つであり，周波数分解能力がそれほど必要なく，微弱な成分を検出したい場合に使用します。
（リ）アクティブ，（ワ）パッシブ
アクティブフィルタは能動素子であるトランジスタやオペアンプを使用したフィルタで，パッシブフィルタは抵抗やコンデンサを使用したフィルタです。いずれもアナログフィルタとなります。
（ヲ）縦続形構成
ディジタルフィルタの構成方式の一つです。
（ヨ）固定小数点演算
小数点以下を固定することで演算を早くする方法です。

【解答】
(1)解答：ロ
(2)解答：ル
題意より解答候補は，（ロ）IIR，（リ）アクティブ，（ル）FIR，（ワ）パッシブ，になると思いますが，ディジタルフィルタで巡回形のものが**IIR**フィルタ，非巡回形のものが）**FIR**フィルタとなります。
(3)解答：ト
非巡回形フィルタは常に安定であり，多項式係数に対称性をもたせることとなっているので，（ト）線形位相特性となります。
(4)解答：へ
題意より解答候補は，（へ）ギブスのみとなります。
(5)解答：ホ
題意より解答候補は，（ホ）カイザー，（チ）ブラックマン，になると思いますが，パラメータによりユーザが効果を指定できるのはカイザー窓となります。
(6)解答：ニ
題意より解答候補は，（ニ）DSP，（ヨ）固定小数点演算になると思いますが，積和演算機能やメモリ構成などを専用に強化したものは**DSP**です。

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{UN}} &= E_{\mathrm{U}} - E_{\mathrm{N}} \\ &= \frac{E_{\mathrm{d}}}{2} - \frac{E_{\mathrm{d}}}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

②$E_{\mathrm{U}} = \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{V}} = -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{W}} = \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$の時

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{N}} &= \frac{\frac{E_{\mathrm{d}}}{2} - \frac{E_{\mathrm{d}}}{2} + \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}}{3} \\ &= \frac{E_{\mathrm{d}}}{6} \end{aligned}$$

となるので,

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{UN}} &= E_{\mathrm{U}} - E_{\mathrm{N}} \\ &= \frac{E_{\mathrm{d}}}{2} - \frac{E_{\mathrm{d}}}{6} \\ &= \frac{E_{\mathrm{d}}}{3} \end{aligned}$$

③$E_{\mathrm{U}} = \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{V}} = \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{W}} = -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$の時

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{N}} &= \frac{\frac{E_{\mathrm{d}}}{2} + \frac{E_{\mathrm{d}}}{2} - \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}}{3} \\ &= \frac{E_{\mathrm{d}}}{6} \end{aligned}$$

となるので,

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{UN}} &= E_{\mathrm{U}} - E_{\mathrm{N}} \\ &= \frac{E_{\mathrm{d}}}{2} - \frac{E_{\mathrm{d}}}{6} \\ &= \frac{E_{\mathrm{d}}}{3} \end{aligned}$$

④$E_{\mathrm{U}} = \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{V}} = -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{W}} = -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$の時

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{N}} &= \frac{\frac{E_{\mathrm{d}}}{2} - \frac{E_{\mathrm{d}}}{2} - \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}}{3} \\ &= -\frac{E_{\mathrm{d}}}{6} \end{aligned}$$

となるので,

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{UN}} &= E_{\mathrm{U}} - E_{\mathrm{N}} \\ &= \frac{E_{\mathrm{d}}}{2} + \frac{E_{\mathrm{d}}}{6} \\ &= \frac{2E_{\mathrm{d}}}{3} \end{aligned}$$

⑤$E_{\mathrm{U}} = -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{V}} = \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{W}} = \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$の時

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{N}} &= \frac{-\frac{E_{\mathrm{d}}}{2} + \frac{E_{\mathrm{d}}}{2} + \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}}{3} \\ &= \frac{E_{\mathrm{d}}}{6} \end{aligned}$$

となるので,

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{UN}} &= E_{\mathrm{U}} - E_{\mathrm{N}} \\ &= -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2} - \frac{E_{\mathrm{d}}}{6} \\ &= -\frac{2E_{\mathrm{d}}}{3} \end{aligned}$$

⑥$E_{\mathrm{U}} = -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{V}} = -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{W}} = \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$の時

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{N}} &= \frac{-\frac{E_{\mathrm{d}}}{2} - \frac{E_{\mathrm{d}}}{2} + \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}}{3} \\ &= -\frac{E_{\mathrm{d}}}{6} \end{aligned}$$

となるので,

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{UN}} &= E_{\mathrm{U}} - E_{\mathrm{N}} \\ &= -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2} + \frac{E_{\mathrm{d}}}{6} \\ &= -\frac{2E_{\mathrm{d}}}{3} \end{aligned}$$

⑦$E_{\mathrm{U}} = -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{V}} = \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{W}} = -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$の時

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{N}} &= \frac{-\frac{E_{\mathrm{d}}}{2} + \frac{E_{\mathrm{d}}}{2} - \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}}{3} \\ &= -\frac{E_{\mathrm{d}}}{6} \end{aligned}$$

となるので,

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{UN}} &= E_{\mathrm{U}} - E_{\mathrm{N}} \\ &= -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2} + \frac{E_{\mathrm{d}}}{6} \\ &= -\frac{E_{\mathrm{d}}}{3} \end{aligned}$$

⑧$E_{\mathrm{U}} = -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{V}} = -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$, $E_{\mathrm{W}} = -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$の時

$$\begin{aligned} E_{\mathrm{N}} &= \frac{\frac{E_{\mathrm{d}}}{2} - \frac{E_{\mathrm{d}}}{2} - \frac{E_{\mathrm{d}}}{2}}{3} \\ &= -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2} \end{aligned}$$

となるので,

$$\begin{aligned} v_{\mathrm{UN}} &= E_{\mathrm{U}} - E_{\mathrm{N}} \\ &= -\frac{E_{\mathrm{d}}}{2} + \frac{E_{\mathrm{d}}}{2} \\ &= 0 \end{aligned}$$

となるので, v_{UN}の取りうる値は, $\frac{2E_{\mathrm{d}}}{3}$, $\frac{E_{\mathrm{d}}}{3}$, $0, -\frac{E_{\mathrm{d}}}{3}$, $-\frac{2E_{\mathrm{d}}}{3}$となるので, グラフは(c)となる。

(4)解答：ヨ

基本波電圧は基本波交流電流に依存しないと考えられるので, 基本波電流を変えても基本波電圧はあまり変わらない。

(5)解答：リ　交流電流が負の時, デッドタイム中は正側のIGBTが導通するので, 出力電圧は$\frac{E_{\mathrm{d}}}{2}$となる。

平成 25 年 問 5

問題 【難易度】★★☆☆☆（やや易しい）

次の文章は，単巻変圧器に関する記述である。文中の $\boxed{\quad}$ に当てはまる最も適切なものを解答群の中から選びなさい。

図 1 に示すように一次側と二次側とが絶縁されていなくて，巻線の一部が一次と二次に共通に利用されている変圧器を単巻変圧器という。共通部分を分路巻線，残りの部分を $\boxed{(1)}$ という。

高圧側電圧を V_{h}，低圧側電圧を V_{l}，$\boxed{(1)}$ 及び分路巻線の電圧をそれぞれ，V_{m}，V_{n} とし，巻線の漏れインピーダンス及び励磁電流を無視すれば，次の関係がある。

$$V_{\mathrm{h}} = V_{\mathrm{m}} + V_{\mathrm{n}} \quad , \quad V_{\mathrm{l}} = V_{\mathrm{n}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

$$S_{\mathrm{S}} = V_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{h}} = (V_{\mathrm{h}} - V_{\mathrm{l}}) I_{\mathrm{h}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ②$$

単巻変圧器では S_{S} を $\boxed{(2)}$ といい，負荷に供給できる電力

$S_{\mathrm{L}} = V_{\mathrm{h}} I_{\mathrm{h}} = V_{\mathrm{l}} I_{\mathrm{l}}$ を負荷容量又は線路容量という。S_{S} は $\boxed{(1)}$ と分路巻線を分離して二巻線変圧器として用いた場合の容量で，単巻変圧器の大きさは S_{S} で決まる。$\frac{S_{\mathrm{S}}}{S_{\mathrm{L}}}$ を K とすると，

$$K = 1 - \frac{V_{\mathrm{l}}}{V_{\mathrm{h}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ③$$

となり，原理上，V_{h} に対する V_{l} の比が $\boxed{(3)}$ に近いほど同一 $\boxed{(2)}$ に対して線路容量が大きくなる。

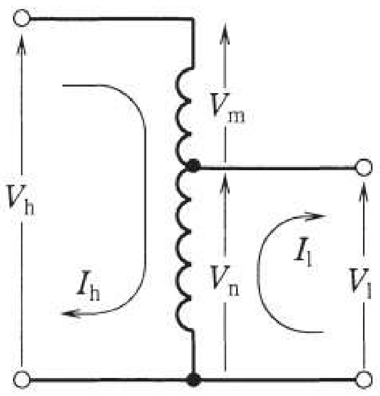


図 1

図 2 は単巻変圧器 3 台を用いた三相 Δ 結線である。図 3 の電圧ベクトル図から各電圧の関係は次式となる。

$$V_{\mathrm{l}}^2 = \boxed{(4)} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ④$$

次に，図 2 に示す電流 I_{h}，I_{l}，I_{m}，I_{n} 及び電圧 V_{h}，V_{l}，V_{m}，V_{n} を考える。$V_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} = V_{\mathrm{n}} I_{\mathrm{n}}$ であるから

$$\frac{I_{\mathrm{m}}}{V_{\mathrm{n}}} = \frac{I_{\mathrm{n}}}{V_{\mathrm{m}}} = \frac{I_{\mathrm{m}} + I_{\mathrm{n}}}{V_{\mathrm{m}} + V_{\mathrm{n}}} = \frac{I_{\mathrm{l}}}{V_{\mathrm{h}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ⑤$$

となる。S_{S} は⑤式から

$$S_{\mathrm{S}} = 3 V_{\mathrm{m}} I_{\mathrm{m}} = 3 \frac{V_{\mathrm{m}} V_{\mathrm{n}} I_{\mathrm{l}}}{V_{\mathrm{h}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ⑥$$

である。④，⑥式から V_{h}，V_{l} を用いて $K = \frac{S_{\mathrm{S}}}{S_{\mathrm{L}}}$ は

$$K = \boxed{(5)} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ⑦$$

となる。