【ワンポイント解説】

多導体方式の特徴に関する問題です。

電験ではあまり触れられませんが，多導体方式には多くの利点がある一方，スペーサを取り付ける必要がある，風圧や氷雪荷重が増加し鉄塔部材が大きくなる，結果全体として建設費が増加する等の欠点もあります。ただ単に特徴を丸暗記するのではなく，多導体方式の構造をイメージするようにして理解するように努めて下さい。

<u>1.多導体方式の特徴</u>

１相に複数の電線を用いて構成される方式です。図1に示すように，電線同士にはスペーサを適度な間隔に配置し，以下のような特徴があります。

①電線表面の電位の傾きが小さくなり，コロナ開始電圧が高くなります。その結果，コロナ放電（電線表面での放電現象）が発生しにくくなり，コロナ損失，可聴雑音が抑制できます。

②インダクタンスが減少し，静電容量が増加するため，送電容量が増加し，系統安定度の向上につながります。

③同一断面積の単導体と比較すると表皮効果（導体内の電流分布が外側に集中する現象）が小さくなります。

④風速 10 m/s 以上の風が吹いた際に，スペーサ間で振動するサブスパン振動が発生する可能性があります。

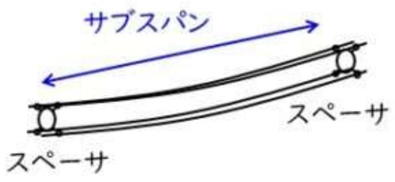

図１ 多導体方式

【解答】

<u>(1)電流容量</u>

(ポイント)

・ワンポイント解説「1.多導体方式の特徴」の通りです。多導体方式の方が表面積が大きいので放熱性もよくなります。

(試験センター解答例)

表皮効果が小さくなり，また放熱が良くなるので，熱的許容電流容量が増加する。

<u>(2)固有送電容量</u>

(ポイント)

・ワンポイント解説「1.多導体方式の特徴」の通りです。

・送電線の送電電力 P [W] は送電端電圧を V_{s} [V]，受電端電圧を V_{r} [V]，送電端電圧と受電端電圧の相差角を δ [rad]，リアクタンスを X [Ω]，線路抵抗を無視できるとすると，$P=\frac{V_{\mathrm{s}}V_{\mathrm{r}}}{\mathrm{X}}\sin\delta$ となります。

(試験センター解答例)

送電線インダクタンスが減少し，また静電容量が増加するため，固有送電容量が増加する。

<u>(3)コロナ放電</u>

(ポイント)

・ワンポイント解説「1.多導体方式の特徴」の通りです。

・電線の表面から生じる電界が空気の絶縁耐力を超えたとき，コロナ放電が発生します。

(試験センター解答例)

導体表面の電位傾度を減少できるので，コロナ開始電圧が高くなり，コロナ損失，雑音障害を防止できる。

<u>(4)系統安定性</u>

(ポイント)

・ワンポイント解説「1.多導体方式の特徴」の通りです。

・定態安定度に関連する同期化力は $\frac{\mathrm{d}P}{\mathrm{d}\delta}=\frac{V_{\mathrm{s}}V_{\mathrm{r}}}{\mathrm{X}}\cos\delta$ で表され，インダクタンスが小さいほど，安定度は向上することになります。

(試験センター解答例)

送電線インダクタンスが小さくなるので，同期安定度が向上する。

【正答チェック表】

日にち						
(1)						
(2)	a)					
	b)					

【ワンポイント解説】

電力損失に関する問題です。単相２線式というのが少し嫌らしい問題だなという印象があります。近年は本問のように論述問題と計算問題を組み合わせたような問題が１種２種ともに増えてきています。計算だけに偏らず総合的な能力を上げて行くことが重要となります。

1.単相２線式系統の電力損失

単相２線式系統における電力損失 P_{l} は，線路の抵抗を R，線路を流れる電流を I とすると，図３より，

$$P_{\mathrm{l}} = 2RI^2$$

となります。受電電力を P，受電電圧を V_{r}，力率を $\cos\theta$ とすると，

$$P = V_{\mathrm{r}} I \cos\theta$$

$$I = \frac{P}{V_{\mathrm{r}}\cos\theta}$$

となるので，電力損失は，

$$P_{\mathrm{l}} = 2RI^2 = 2R\left(\frac{P}{V_{\mathrm{r}}\cos\theta}\right)^2$$

と求められ，電圧を大きくする，力率を改善することで電力損失を低減することができることが分かります。

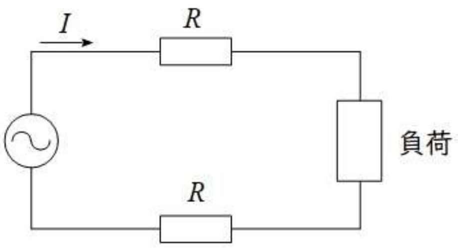

図３

【解答】

(1)配電系統の電力損失低減策を三つ述べよ。

(ポイント)

・電力損失の低減≒電圧を大きくする，力率を改善する方法であり，その方策を検討する。

・単純に損失を低減する方法を考える。アモルファス変圧器の採用や電線の太線化等がある。

(試験センター解答)

以下の項目から３項目記載されていればよい。

・配電電圧を格上げする(昇圧)。

・力率改善用コンデンサを設置する。

・負荷電流の不平衡を是正する。

・電線の太線化

・回線数を増加する。(複線化，ネットワーク化，単相３線方式の採用など)

・低損失の柱上変圧器を適用

など

(2)a) 平等負荷分布における A 点から x [m] だけ離れた地点の線路電流 I_{X} [A] と低圧配電線の全区間の電力損失

図１において，単位長さ当たりの電流密度 i_{x} は，

$$i_{\mathrm{x}} = \frac{I_{\mathrm{s}}}{L}$$

であるから，A 点から x だけ離れた地点の線路電流 I_{x} は，

$$I_{\mathrm{x}} = I_{\mathrm{s}} - i_{\mathrm{x}}x = I_{\mathrm{s}} - \frac{I_{\mathrm{s}}}{L}\cdot x = I_{\mathrm{s}}\cdot\frac{L-x}{L}$$

と求められる。微小区間 $\mathrm{d}x$ における電力損失 $\mathrm{d}P_{\mathrm{l}}$ は，微小区間の抵抗が $r\mathrm{d}x$ であるので，

$$\mathrm{d}P_{\mathrm{l}} = 2I_{\mathrm{x}}^2 r\mathrm{d}x = 2\left(I_{\mathrm{s}}\cdot\frac{L-x}{L}\right)^2 r\mathrm{d}x$$

$$= \frac{2I_{\mathrm{s}}^2 r}{L^2}(L-x)^2\mathrm{d}x = \frac{2I_{\mathrm{s}}^2 r}{L^2}(x^2-2Lx+L^2)\mathrm{d}x$$

となる。よって，線路全体の電力損失 P_{l} は上式の両辺を積分すると，

$$P_{\mathrm{l}} = \int_0^L \frac{2I_{\mathrm{s}}^2 r}{L^2}(x^2-2Lx+L^2)\mathrm{d}x$$

$$= \frac{2I_{\mathrm{s}}^2 r}{L^2}\int_0^L (x^2-2Lx+L^2)\,\mathrm{d}x$$

$$= \frac{2I_{\mathrm{s}}^2 r}{L^2}\left[\frac{x^3}{3} - Lx^2 + L^2x\right]_0^L = \frac{2I_{\mathrm{s}}^2 r}{L^2}\cdot\frac{L^3}{3} = \frac{2I_{\mathrm{s}}^2 Lr}{3}$$

と求められる。

(2)b) 不平等負荷分布における A′ 点から x' [m] だけ離れた地点の負荷電流密度 i'_{x} [A/m] 及び線路電流 I'_{x} [A] と低圧配電線の全区間の電力損失

a)の線路電流 I_{x} の導出式と同様に，A′ 点から x' 離れた地点の負荷電流密度 i'_{x} は，

$$i'_{\mathrm{x}} = i'_0\cdot\frac{L-x'}{L}$$

と求められる。x' 離れた地点の線路電流 I'_{x} は，x' から L までの負荷電流密度を合算したものであるから，

$$I'_{\mathrm{x}} = \int_{x'}^L i'_{\mathrm{x}}\mathrm{d}x' = \int_{x'}^L i'_0\cdot\frac{L-x'}{L}\mathrm{d}x' = \frac{i'_0}{L}\int_{x'}^L (L-x')\,\mathrm{d}x'$$

$$= \frac{i'_0}{L}\left[Lx' - \frac{x'^2}{2}\right]_{x'}^L = \frac{i'_0}{L}\left[L^2 - \frac{L^2}{2} - Lx' + \frac{x'^2}{2}\right]$$

$$= \frac{i'_0}{2L}\left[L^2 - 2Lx' + x'^2\right] = \frac{i'_0}{2L}(L-x')^2$$

と求められる。よって，a)と同様に微小区間 $\mathrm{d}x'$ における電力損失 $\mathrm{d}P'_{\mathrm{l}}$ は，微小区間の抵抗が $r\mathrm{d}x'$ であるので，

【ワンポイント解説】
下記の公式を理解していれば比較的易しい問題となると思います。おそらくほとんどの受験者が選択されたのではないかと思います。ただし，前半で間違えてしまうとすべて間違いとなってしまうので，注意して計算をしましょう。

1.需要率

$$\text{需要率} = \frac{\text{最大需要電力}}{\text{設備容量}}$$

2.負荷率

$$\text{負荷率} = \frac{\text{平均需要電力}}{\text{最大需要電力}}$$

3.不等率

$$\text{不等率} = \frac{\text{各最大需要電力の和}}{\text{合成した最大需要電力}}$$

【解答】

(1)需要設備a，b，cの平均電力[kW]

需要設備a，b，cの平均電力をそれぞれ$\overline{P_{\mathrm{a}}}$，$\overline{P_{\mathrm{b}}}$，$\overline{P_{\mathrm{c}}}$とすると，ワンポイント解説「2.負荷率」より，

$$\begin{aligned}\overline{P_{\mathrm{a}}} &= 5\,700 \times 0.7 \\ &= 3\,990\ [\mathrm{kW}] \\ \overline{P_{\mathrm{b}}} &= 3\,040 \times 0.8 \\ &= 2\,432\ [\mathrm{kW}] \\ \overline{P_{\mathrm{c}}} &= 2\,660 \times 0.6 \\ &= 1\,596\ [\mathrm{kW}]\end{aligned}$$

と求められる。

(2)変電所の総合最大電力[kW]

需要設備b，cの不等率が1.25であるから，b，cの合成した最大需要電力をP_{Bm}とすると，ワンポイント解説「3.不等率」より，

$$\begin{aligned}P_{\mathrm{Bm}} &= \frac{3\,040 + 2\,660}{1.25} \\ &= 4\,560\ [\mathrm{kW}]\end{aligned}$$

となる。よって，変電所の総合最大電力P_{m}は，

$$\begin{aligned}P_{\mathrm{m}} &= \frac{5\,700 + 4\,560}{1.1} \\ &\fallingdotseq 9\,327.3 \quad \rightarrow \quad 9\,327\ [\mathrm{kW}]\end{aligned}$$

と求められる。

(3)変電所の総合負荷率[%]

(1)，(2)より変電所の総合負荷率LFは，

$$\begin{aligned}LF &= \frac{3\,990 + 2\,432 + 1\,596}{9\,327.3} \times 100 \\ &\fallingdotseq 85.963 \quad \rightarrow \quad 86\ [\%]\end{aligned}$$

と求められる。

(4)需要設備a，b，cの負荷力率[%]

需要設備a，b，cの最大皮相電力S_{a}，S_{b}，S_{c}とすると，ワンポイント解説「1.需要率」より，

$$\begin{aligned}S_{\mathrm{a}} &= 7\,500 \times 0.8 \\ &= 6\,000\ [\mathrm{kV \cdot A}] \\ S_{\mathrm{b}} &= 4\,000 \times 0.8 \\ &= 3\,200\ [\mathrm{kV \cdot A}] \\ S_{\mathrm{c}} &= 3\,500 \times 0.8 \\ &= 2\,800\ [\mathrm{kV \cdot A}]\end{aligned}$$

となるので，それぞれの負荷力率$\cos\theta_{\mathrm{a}}$，$\cos\theta_{\mathrm{b}}$，$\cos\theta_{\mathrm{c}}$は，

$$\begin{aligned}\cos\theta_{\mathrm{a}} &= \frac{5\,700}{6\,000} \\ &= 0.95 \quad \rightarrow \quad 95\ [\%] \\ \cos\theta_{\mathrm{b}} &= \frac{3\,040}{3\,200} \\ &= 0.95 \quad \rightarrow \quad 95\ [\%] \\ \cos\theta_{\mathrm{c}} &= \frac{2\,660}{2\,800} \\ &= 0.95 \quad \rightarrow \quad 95\ [\%]\end{aligned}$$

と求められる。

(5)変圧器が過負荷とならないために必要なコンデンサの最小容量[kvar]

需要設備a，b，cの力率がすべて0.95であるから，その$\sin\theta$は，

$$\begin{aligned}\sin\theta &= \sqrt{1 - \cos^2\theta} \\ &= \sqrt{1 - 0.95^2} \\ &\fallingdotseq 0.312\,25\end{aligned}$$

となる。これより，需要設備a，b，cの最大無効電力をQ_{a}，Q_{b}，Q_{c}とすると，

$$\begin{aligned}Q_{\mathrm{a}} &= S_{\mathrm{a}}\sin\theta \\ &= 6\,000 \times 0.312\,25 \\ &= 1\,873.5\ [\mathrm{kvar}] \\ Q_{\mathrm{b}} &= S_{\mathrm{b}}\sin\theta \\ &= 3\,200 \times 0.312\,25 \\ &= 999.2\ [\mathrm{kvar}] \\ Q_{\mathrm{c}} &= S_{\mathrm{c}}\sin\theta \\ &= 2\,800 \times 0.312\,25 \\ &= 874.3\ [\mathrm{kvar}]\end{aligned}$$

となる。需要設備b，cの合成した最大無効電力をQ_{Bm}とすると，

$$\begin{aligned}Q_{\mathrm{Bm}} &= \frac{999.2 + 874.3}{1.25} \\ &= 1\,498.8\ [\mathrm{kvar}]\end{aligned}$$

となるので，変電所の合成最大無効電力Q_{m}は，

$$\begin{aligned}Q_{\mathrm{m}} &= \frac{1\,873.5 + 1\,498.8}{1.1} \\ &\fallingdotseq 3\,065.7\ [\mathrm{kvar}]\end{aligned}$$

となる。よって，コンデンサ容量をQ_{C}とすると，すべての合成容量が変電所の定格容量$9\,500\ \mathrm{kV \cdot A}$を下回れば良いので，

$$\begin{aligned}\sqrt{P_{\mathrm{m}}^2 + (Q_{\mathrm{m}} - Q_{\mathrm{C}})^2} &= 9\,500 \\ \sqrt{9\,327.3^2 + (3\,065.7 - Q_{\mathrm{C}})^2} &= 9\,500 \\ 9\,327.3^2 + (3\,065.7 - Q_{\mathrm{C}})^2 &= 9\,500^2 \\ (3\,065.7 - Q_{\mathrm{C}})^2 &\fallingdotseq 3\,251\,500 \\ 3\,065.7 - Q_{\mathrm{C}} &\fallingdotseq 1\,803.2 \\ Q_{\mathrm{C}} = 1\,262.5 \quad &\rightarrow \quad 1\,263\ [\mathrm{kvar}]\end{aligned}$$

と求められる。

【ワンポイント解説】
考え方自体はそれほど難しい内容ではありませんが，(4)と(5)は計算が非常に複雑となり，一種並みの問題と言えると思います。試験まで期間がある場合はじっくり解いてみると良い勉強になると思います。

1.オイラーの公式

複素計算で用いるオイラーの公式は以下の通りとなります。

$$\mathrm{e}^{\mathrm{j}\theta} = \cos\theta + \mathrm{j}\sin\theta$$
$$\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\theta} = \cos\theta - \mathrm{j}\sin\theta$$

2.遅れ無効電力を正とした時の電力の導出式

遅れ無効電力を正とした時，電力 $P+\mathrm{j}Q$ [p.u.] を負荷電圧 $\dot{V}$ [p.u.] 及び $\dot{I}$ [p.u.] で表すと，

$$P+\mathrm{j}Q = \dot{V}\overline{\dot{I}}$$

となります。ちなみに進み無効電力を正とした時は，

$$P+\mathrm{j}Q = \overline{\dot{V}}\dot{I}$$

となります。

【解答】

(1)負荷の P，Q を与えられた変数(E，V，X，δ)で示す

題意に沿ってベクトル図を描くと図 1 のようになる。図 1 より，

$$\dot{E} = \dot{V} + \mathrm{j}X\dot{I}$$

であるから，

$$\dot{I} = \frac{\dot{E}-\dot{V}}{\mathrm{j}X}$$

となる。ワンポイント解説「2.遅れ無効電力を正とした時の電力の導出式」より，

$$\begin{aligned} P+\mathrm{j}Q &= \dot{V}\overline{\dot{I}} \\ &= \dot{V}\cdot\overline{\frac{\dot{E}-\dot{V}}{\mathrm{j}X}} \\ &= V\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\delta}\cdot\frac{E-V\mathrm{e}^{\mathrm{j}\delta}}{-\mathrm{j}X} \\ &= \mathrm{j}\cdot\frac{EV\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\delta}-V^2}{X} \\ &= \mathrm{j}\cdot\frac{EV(\cos\delta-\mathrm{j}\sin\delta)-V^2}{X} \\ &= \frac{EV\sin\delta}{X} + \mathrm{j}\frac{EV\cos\delta - V^2}{X} \end{aligned}$$

となり，

$$P = \frac{EV\sin\delta}{X}$$
$$Q = \frac{EV\cos\delta - V^2}{X}$$

と求められる。

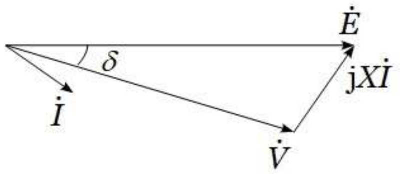

図 1

(2) P，Q と V の関係式，すなわち電力円線図を表す方程式を導く

(1)解答式より，

$$\sin\delta = \frac{PX}{EV}$$
$$\cos\delta = \frac{QX+V^2}{EV}$$

であり，$\sin^2\delta + \cos^2\delta = 1$ であるから，

$$\left(\frac{PX}{EV}\right)^2 + \left(\frac{QX+V^2}{EV}\right)^2 = 1$$
$$P^2 + \left(Q+\frac{V^2}{X}\right)^2 = \left(\frac{EV}{X}\right)^2$$

と求められる。

> !
>
> 送電に関する次の公式は覚えておくと便利です。
>
> $$\left(P+\frac{RV_{\mathrm{r}}^2}{Z^2}\right)^2 + \left(Q+\frac{XV_{\mathrm{r}}^2}{Z^2}\right)^2 = \left(\frac{V_{\mathrm{s}}V_{\mathrm{r}}}{Z}\right)^2$$
>
> V_{s}:送電電圧，V_{r}:受電電圧，Z:線路インピーダンス，R:線路抵抗，X:線路リアクタンス，P:負荷有効電力，Q:負荷無効電力，

(3)負荷の力率を 1.0 としたときの負荷端電圧 V の値を求めることができる P の最大値

題意より，$X=0.2$ [p.u.]，$E=1.0$ [p.u.]，$Q=0$ [p.u.] であるから，

$$P^2 + \left(0+\frac{V^2}{0.2}\right)^2 = \left(\frac{1\times V}{0.2}\right)^2$$
$$P^2 + \frac{V^4}{0.04} = \frac{V^2}{0.04}$$
$$25V^4 - 25V^2 + P^2 = 0$$

となる。電圧安定限界値は上式の判別式が零となる時であるから，

$$25^2 - 4\times 25\times P^2 = 0$$
$$P^2 = 6.25$$
$$P = 2.5\ [\mathrm{p.u.}]$$

と求められる。

(4)負荷の力率を 0.9 (進み)としたときの負荷端電圧 V の値を求めることができる P の最大値

負荷の力率が 0.9 (進み)の時，Q を P を用いて表すと，

$$\begin{aligned} Q &= -\frac{\sqrt{1-0.9^2}}{0.9}P \\ &\fallingdotseq -0.48432P \end{aligned}$$

となるので，(2)の解答式は，

$$P^2 + \left(-0.48432P + \frac{V^2}{0.2}\right)^2 = \left(\frac{1\times V}{0.2}\right)^2$$
$$P^2 + 0.23457P^2 - 4.8432PV^2 + 25V^4 = 25V^2$$
$$25V^4 - (4.8432P+25)V^2 + 1.2346P^2 = 0$$

となる。電圧安定限界値は上式の判別式が零となる時であるから，

$$(4.8432P+25)^2 - 4\times 25\times 1.2346P^2 = 0$$
$$23.457P^2 + 242.16P + 625 - 123.46P^2 = 0$$
$$100P^2 - 242.16P - 625 = 0$$
$$P^2 - 2.4216P - 6.25 = 0$$

【ワンポイント解説】

百分率インピーダンスの導出から三相短絡電流の導出をする計算問題です。

非常によくあるパターンの百分率インピーダンスを用いた計算なので，勉強が進んでいる受験生であれば完答できる方もいると思いますが，(4)は計算に時間がかかるので試験本番においては敢えて後回しにする方法等も検討する必要があります。

百分率インピーダンスに慣れるまでは，少し壁を感じるかもしれませんが，慣れてしまえばオーム法の計算と変わらずに計算ができるようになります。

1.オーム法からパーセントインピーダンス法への変換

基準容量をP_{n}，基準電圧をV_{n}，基準電流を I_{n} とすると，

$$
\begin{aligned}
\%Z &= \frac{ZI_{\mathrm{n}}}{\frac{V_{\mathrm{n}}}{\sqrt{3}}}\times 100(\text{定義}) \\
&= \frac{\sqrt{3}ZI_{\mathrm{n}}}{V_{\mathrm{n}}}\times 100 \\
&= \frac{\sqrt{3}ZV_{\mathrm{n}}I_{\mathrm{n}}}{V_{\mathrm{n}}^2}\times 100 \\
&= \frac{P_{\mathrm{n}}Z}{V_{\mathrm{n}}^2}\times 100 \qquad (\because P_{\mathrm{n}}=\sqrt{3}V_{\mathrm{n}}I_{\mathrm{n}})
\end{aligned}
$$

となります。

> ! 本問題だけでなく，二次試験で使用する公式は可能な限り導出できるようにしておきましょう。過去には電力円線図を表す公式の導出も出題されたことがあります。

2.パーセントインピーダンスの容量変換

「1.オーム法からパーセントインピーダンス法への変換」の通り，百分率インピーダンスは基準容量に比例します。したがって，基準容量P_{A}からP_{B}へ変換する場合の百分率インピーダンスは，

$$\%Z_{\mathrm{B}}=\frac{P_{\mathrm{B}}}{P_{\mathrm{A}}}\%Z_{\mathrm{A}}$$

となります。

3.百分率インピーダンスの短絡電流計算

百分率インピーダンスを $\%Z$ とすると，三相短絡電流 I_{s} は，基準電流 I_{n} を用いて，

$$
\begin{aligned}
I_{\mathrm{s}} &= \frac{I_{\mathrm{n}}}{\%Z／100} \\
&= \frac{100I_{\mathrm{n}}}{\%Z}
\end{aligned}
$$

で求められます。

※百分率インピーダンスの定義式等を用いて $I_{\mathrm{s}}=\frac{V_{\mathrm{n}}}{\sqrt{3}Z_{\mathrm{s}}}$ から上式を求めることはできますが，試験時には暗記しておいた方が良いと思います。

【解答】

(1)連系する 800 [kV･A] の発電設備の $\%Z$（10 [MV･A] ベース）

連系する交流発電設備 G2 は $\%Z_{\mathrm{G2}}=15$ [%]（800 [kV･A] ベース）であるから，ワンポイント解説「2.百分率インピーダンス容量換算」により 10 [MV･A] ベースに容量換算すると，

$$
\begin{aligned}
\%Z'_{\mathrm{G2}} &= \frac{10\times 10^6}{800\times 10^3}\%Z_{\mathrm{G2}} \\
&= \frac{10\times 10^6}{800\times 10^3}\times 15 \\
&= 187.5 \quad\rightarrow\quad 188\ [\%]
\end{aligned}
$$

と求められる。

> ! 百分率インピーダンスを合成する際は，基準容量を予め合わせせおく必要があります。

(2) 800 [kV･A] の発電設備を連系した後における a 点の三相短絡インピーダンス $\%Z$（10 [MV･A] ベース）

交流発電設備 G1 の $\%Z_{\mathrm{G1}}=15$ [%]（2000 [kV･A] ベース）を 10 [MV･A] ベースに容量換算すると，

$$
\begin{aligned}
\%Z'_{\mathrm{G1}} &= \frac{10\times 10^6}{2000\times 10^3}\%Z_{\mathrm{G1}} \\
&= \frac{10\times 10^6}{2000\times 10^3}\times 15 \\
&= 75\ [\%]
\end{aligned}
$$

となる。三相短絡事故時には，上位系統，交流発電設備 G1，交流発電設備 G2 から，a 点に向かい事故電流が流れるので，三相短絡事故時の a 点から見た等価回路は図 1 のようになる。

図 1 より， a 点の短絡インピーダンス $\%Z$（10 [kV･A] ベース）は，

$$
\begin{aligned}
\%Z &= \frac{1}{\frac{1}{7.5+2.5}+\frac{1}{75}+\frac{1}{12+187.5}} \\
&\fallingdotseq \frac{1}{0.118346} \\
&\fallingdotseq 8.4498 \quad\rightarrow\quad 8.45\ [\%]
\end{aligned}
$$

と求められる。

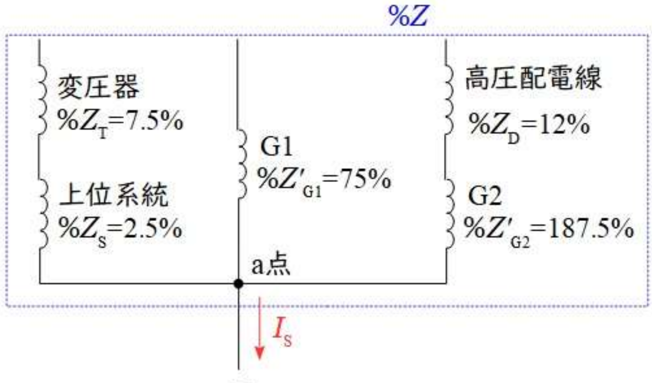

図 1

【ワンポイント解説】
受電端の電力と電圧に関する問題です。
変圧器がなければ標準的な問題となりますが，変圧器が絡むことで少し計算量が増え難易度が高くなっています。

1.オーム法からパーセントインピーダンス法への変換

基準容量をP_{n}，基準電圧をV_{n}，基準電流を I_{n} とすると，

$$\begin{aligned}\%Z &= \frac{ZI_{\mathrm{n}}}{\frac{V_{\mathrm{n}}}{\sqrt{3}}}\times 100(\text{定義}) \\ &= \frac{\sqrt{3}ZI_{\mathrm{n}}}{V_{\mathrm{n}}}\times 100 \\ &= \frac{\sqrt{3}ZV_{\mathrm{n}}I_{\mathrm{n}}}{V_{\mathrm{n}}^2}\times 100 \\ &= \frac{P_{\mathrm{n}}Z}{V_{\mathrm{n}}^2}\times 100 \qquad (\because P_{\mathrm{n}}=\sqrt{3}V_{\mathrm{n}}I_{\mathrm{n}})\end{aligned}$$

となります。

> ! 本問題だけでなく，二次試験で使用する公式は可能な限り導出できるようにしておきましょう。過去には電力円線図を表す公式の導出も出題されたことがあります。

2.オイラーの公式

極座標空間において，

$$e^{\mathrm{j}\theta} = \cos\theta + \mathrm{j}\sin\theta$$

となり，これをオイラーの公式といいます。したがって，$\dot{V}_{\mathrm{s}}=\dot{V}_{\mathrm{s}}\angle\delta$ ，$\dot{V}_{\mathrm{r}}=V_{\mathrm{r}}\angle 0$ は，

$$\begin{aligned}\dot{V}_{\mathrm{s}} &= V_{\mathrm{s}}(\cos\delta+\mathrm{j}\sin\delta) \\ \dot{V}_{\mathrm{r}} &= V_{\mathrm{r}}\end{aligned}$$

と表すことができます。

3.有効電力と無効電力の公式

図 1 に示すような系統について，送電端電圧 $\dot{E}_{\mathrm{s}}=E_{\mathrm{s}}\angle\delta$ と受電端電圧 $\dot{E}_{\mathrm{r}}=E_{\mathrm{r}}\angle 0$ の関係は，

$$\dot{E}_{\mathrm{s}} = \dot{E}_{\mathrm{r}}+\mathrm{j}x\dot{I}$$

となります。オイラーの公式より，

$$\begin{aligned}E_{\mathrm{s}}(\cos\delta+\mathrm{j}\sin\delta) &= E_{\mathrm{r}}+\mathrm{j}x\dot{I} \\ \mathrm{j}x\dot{I} &= E_{\mathrm{s}}(\cos\delta+\mathrm{j}\sin\delta)-E_{\mathrm{r}} \\ \dot{I} &= \frac{E_{\mathrm{s}}(\cos\delta+\mathrm{j}\sin\delta)-E_{\mathrm{r}}}{\mathrm{j}x} \\ &= \frac{E_{\mathrm{s}}\sin\delta}{x}-\mathrm{j}\frac{E_{\mathrm{s}}\cos\delta-E_{\mathrm{r}}}{x}\end{aligned}$$

となるので，送電端から受電端への送電電力 $P+\mathrm{j}Q$ は遅れ無効電力を正とすると，

$$\begin{aligned}P+\mathrm{j}Q &= 3\dot{E}_{\mathrm{r}}\overline{\dot{I}} \\ &= 3E_{\mathrm{r}}\left(\frac{E_{\mathrm{s}}\sin\delta}{x}+\mathrm{j}\frac{E_{\mathrm{s}}\cos\delta-E_{\mathrm{r}}}{x}\right) \\ &= \frac{3E_{\mathrm{s}}E_{\mathrm{r}}\sin\delta}{x}+\mathrm{j}\frac{3E_{\mathrm{s}}E_{\mathrm{r}}\cos\delta-3E_{\mathrm{r}}^2}{x}\end{aligned}$$

となり，線間電圧 $V_{\mathrm{s}}=\sqrt{3}E_{\mathrm{s}}$ 及び $V_{\mathrm{r}}=\sqrt{3}E_{\mathrm{r}}$ を用いて表せば，

$$P+\mathrm{j}Q = \frac{V_{\mathrm{s}}V_{\mathrm{r}}\sin\ \delta}{x}+\mathrm{j}\frac{V_{\mathrm{s}}V_{\mathrm{r}}\cos\ \delta-V_{\mathrm{r}}^2}{x}$$

となります。実数部と虚数部を比較すると，

$$\begin{aligned}P &= \frac{V_{\mathrm{s}}V_{\mathrm{r}}\sin\delta}{x} \\ Q &= \frac{V_{\mathrm{s}}V_{\mathrm{r}}\cos\delta-V_{\mathrm{r}}^2}{x}\end{aligned}$$

と求められます。

※ これは公式として覚えておいて良いですが，導出できるようにしておきましょう。

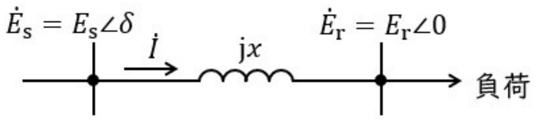

図 1

【解答】

(1)変圧器のインピーダンスの二次側換算値 [Ω]

ワンポイント解説「1.オーム法からパーセントインピーダンス法への変換」より，変圧器のインピーダンス x_{T} [Ω] は，

$$\begin{aligned}\%x_{\mathrm{T}} &= \frac{P_{\mathrm{n}}x_{\mathrm{T}}}{V_{\mathrm{n}}^2}\times 100 \\ x_{\mathrm{T}} &= \frac{V_{\mathrm{n}}^2\%x_{\mathrm{T}}}{100P_{\mathrm{n}}} \\ &= \frac{(66\times 10^3)^2\times 15}{100\times(200\times 10^6)} \\ &= 3.267 \quad\to\quad 3.27\ [\Omega]\end{aligned}$$

と求められる。

(2)一次母線の電圧 [kV]，及び負荷の消費する無効電力 [Mvar]

送電線路のインピーダンス $\mathrm{j}x=\mathrm{j}4$ [Ω] より，一次母線の電圧の二次側換算 V_{s}' [kV] は，ワンポイント解説「3.有効電力と無効電力の公式」より，

$$\begin{aligned}P &= \frac{V_{\mathrm{s}}'V_{\mathrm{r}}\sin\delta}{x_{\mathrm{T}}+x} \\ V_{\mathrm{s}}' &= \frac{P(x_{\mathrm{T}}+x)}{V_{\mathrm{r}}\sin\delta} \\ &= \frac{93\times 10^6\times(3.267+4)}{68\times 10^3\times 0.15} \\ &\fallingdotseq 66.258\times 10^3\ [\mathrm{V}] \quad\to\quad 66.258\ [\mathrm{kV}]\end{aligned}$$

【ワンポイント解説】

フィードバック制御系からの出題で，1 問 1 問はそれほど難しい内容ではありませんが，問題量が多く(6)にラウスの安定判別式を利用する必要があるため，やや難しめの問題となります。

電験 2 種のフィードバック制御系に関する問題は本問を理解していれば，ほとんどの問題が解けるようになると思います。

1.基本的なラプラス変換

$f(t)$のラプラス変換を$F(s)$とすると次のような関係があります。

$f(t)$	$F(s)$
$u(t)$	$\dfrac{1}{s}$
K	$\dfrac{K}{s}$
t	$\dfrac{1}{s^2}$
e^{at}	$\dfrac{1}{s-a}$
$\cos\omega t$	$\dfrac{s}{s^2+\omega^2}$
$\sin\omega t$	$\dfrac{\omega}{s^2+\omega^2}$

2.ラウスの安定判別法

特性方程式

$$a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \cdots + a_{n-1} s + a_n s^0 = 0$$

が与えられている時，ラウスの安定判別法による安定条件は，

1. s^n，s^{n-1}，…の係数がすべて存在
2. s^n，s^{n-1}，…の係数がすべて同符号
3. ラウスの数表の値がすべて正であること

です。ラウスの数表は下記図のようになります。

	1 列	2 列	3 列	
1 行	a_0	a_2	a_4	$\cdots$
2 行	a_1	a_3	a_5	$\cdots$
3 行	$b_1=\dfrac{a_1a_2-a_0a_3}{a_1}$	$b_2=\dfrac{a_1a_4-a_0a_5}{a_1}$	$\cdots$	
4 行	$c_1=\dfrac{b_1a_3-a_1b_2}{b_1}$	$c_2=\dfrac{b_1a_5-a_1b_3}{b_1}$	$\cdots$	
	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	

3.定常偏差(最終値の定理)

$f(t)$ のラプラス変換を $F(s)$ とすると，$f(t)$ の定常偏差は，

$$\lim_{t\to\infty} f(t) = \lim_{s\to 0} sF(s)$$

で求められます。

【解答】

(1) $\boldsymbol{D(s)=0}$ の場合，制御対象だけを取り出したとき，$\boldsymbol{u(t)}$ として単位ステップ応答を加えた時の出力応答 $\boldsymbol{y(t)}$

単位ステップ応答のラプラス変換 $U(s)$ は，ワンポイント解説「1.基本的なラプラス変換」より，

$$U(s)=\frac{1}{s}$$

であるから，制御対象だけを取り出したとき $Y(s)$ は，

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{1}{s(s+1)}U(s) \\ &= \frac{1}{s(s+1)}\cdot\frac{1}{s} \\ &= \frac{1}{s^2(s+1)} \quad \cdots\cdots\cdots\cdots ① \end{aligned}$$

となる。ここで， $Y(s)=\frac{As+B}{s^2}+\frac{C}{s+1}$ とおくと，

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{As+B}{s^2}+\frac{C}{s+1} \\ &= \frac{(As+B)(s+1)+Cs^2}{s^2(s+1)} \\ &= \frac{(A+C)s^2+(A+B)s+B}{s^2(s+1)} \quad \cdots ② \end{aligned}$$

となるので，①及び②を比較すると，

$$\begin{aligned} A+C &= 0 \\ A+B &= 0 \\ B &= 1 \end{aligned}$$

となる。これらの関係式より， $A=-1$，$B=1$，$C=1$ と求められ，

$$\begin{aligned} Y(s) &= \frac{-s+1}{s^2}+\frac{1}{s+1} \\ &= \frac{1}{s^2}-\frac{1}{s}+\frac{1}{s+1} \end{aligned}$$

となり，これをラプラス逆変換すると，ワンポイント解説「1.基本的なラプラス変換」の通り，

$$y(t) = t-1+\mathrm{e}^{-t} \ (t \geqq 0)$$

と求められる。

(2)補償器だけを取り出したとき， $\boldsymbol{E(s)}$ から $\boldsymbol{U(s)}$ までの伝達関数

補償器の関係式は，

$$U(s) = \left\{E(s)+\frac{1}{s}U(s)\right\}C(s)$$

となるので，整理して伝達関数を求めると，

$$\begin{aligned} U(s) &= E(s)C(s)+\frac{1}{s}U(s)C(s) \\ U(s)-\frac{1}{s}U(s)C(s) &= E(s)C(s) \\ U(s)\left\{1-\frac{1}{s}C(s)\right\} &= E(s)C(s) \\ \frac{U(s)}{E(s)} &= \frac{C(s)}{1-\frac{1}{s}C(s)} \\ G_1(s) &= \frac{sC(s)}{s-C(s)} \end{aligned}$$

と求められる。

(3) $\boldsymbol{R(s)=0}$ のとき， $\boldsymbol{D(s)}$ から $\boldsymbol{E(s)}$ までの伝達関数

(2)及びブロック線図より関係式は，

$$\begin{aligned} E(s) &= -Y(s) & \cdots ③ \\ Y(s) &= \frac{1}{s(s+1)}U(s)+D(s) & \cdots ④ \\ U(s) &= \frac{sC(s)}{s-C(s)}E(s) & \cdots ⑤ \end{aligned}$$

となるので，⑤を④に代入すると，

$$Y(s) = \frac{1}{s(s+1)} \cdot \frac{sC(s)}{s-C(s)} E(s) + D(s)$$
$$= \frac{C(s)}{(s+1)\{s-C(s)\}} E(s) + D(s)$$

となり，これを③に代入し，伝達関数を求めると，

$$E(s) = -\left[\frac{C(s)}{(s+1)\{s-C(s)\}} E(s) + D(s)\right]$$
$$E(s) + \frac{C(s)}{(s+1)\{s-C(s)\}} E(s) = -D(s)$$
$$\left[1 + \frac{C(s)}{(s+1)\{s-C(s)\}}\right] E(s) = -D(s)$$
$$\frac{(s+1)\{s-C(s)\} + C(s)}{(s+1)\{s-C(s)\}} E(s) = -D(s)$$
$$\frac{s^2 + \{1-C(s)\}s}{(s+1)\{s-C(s)\}} E(s) = -D(s)$$
$$\frac{E(s)}{D(s)} = -\frac{(s+1)\{s-C(s)\}}{s\{s+1-C(s)\}}$$

と求められる。

(4) $C(s) = \frac{s}{Ts+1}$ を選んだとき，外乱 $d(t)$ がランプ関数 $d(t) = t$ が与えられているときの定常速度偏差

(3)の解答式に $C(s) = \frac{s}{Ts+1}$ を代入すると，

$$\frac{E(s)}{D(s)} = -\frac{(s+1)\left(s - \frac{s}{Ts+1}\right)}{s\left(s+1-\frac{s}{Ts+1}\right)}$$

となり，分母分子に $Ts+1$ をかけると，

$$\frac{E(s)}{D(s)} = -\frac{(s+1)\{s(Ts+1)-s\}}{s\{(s+1)(Ts+1)-s\}}$$
$$= -\frac{Ts(s+1)}{Ts^2+Ts+1}$$

となる。ランプ関数のラプラス変換 $D(s) = \frac{1}{s^2}$ であるから，定常速度偏差は，ワンポイント解説「3.定常偏差(最終値の定理)」の通り，

$$\lim_{t\to\infty} e(t) = \lim_{s\to 0} sE(s)$$
$$= \lim_{s\to 0} s\left\{-\frac{Ts(s+1)}{Ts^2+Ts+1}\right\} D(s)$$
$$= \lim_{s\to 0} s\left\{-\frac{Ts(s+1)}{Ts^2+Ts+1}\right\} \cdot \frac{1}{s^2}$$
$$= \lim_{s\to 0}\left\{-\frac{T(s+1)}{Ts^2+Ts+1}\right\}$$
$$= -T$$

と求められる。

(5)外乱 $d(t)$ の影響が偏差 $e(t)$ に現れないようにするための時定数 T

(4)より定常速度偏差が $-T$ であるので，外乱の影響が出ないようにするためには時定数 T をできるだけ小さくすれば良い。

(6)点線で囲んだ補償器を $K_1 + \frac{K_2}{s}$ に置き換えたときのフィードバック制御系が安定となる条件

$K_1 + \frac{K_2}{s}$ に置き換えたときの閉ループ伝達関数を求めると，

$$\{R(s) - Y(s)\}\left(K_1 + \frac{K_2}{s}\right)\frac{1}{s(s+1)} = Y(s)$$
$$\left(K_1 + \frac{K_2}{s}\right) R(s) = \left\{s(s+1) + \left(K_1 + \frac{K_2}{s}\right)\right\} Y(s)$$
$$\frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{K_1 + \frac{K_2}{s}}{s(s+1) + \left(K_1 + \frac{K_2}{s}\right)}$$
$$G_3(s) = \frac{K_1 s + K_2}{s^3 + s^2 + K_1 s + K_2}$$

となる。これより，特性方程式は

$$s^3 + s^2 + K_1 s + K_2 = 0$$

で与えられるので，ワンポイント解説「2.ラウスの安定判別法」により，ラウスの数表を作成すると，

	1 列	2 列
1 行	1	K_1
2 行	1	K_2
3 行	$K_1 - K_2$	0
4 行	K_2	

となり，これより安定となる条件は，

$$K_1 > 0$$
$$K_2 > 0$$
$$K_1 - K_2 > 0$$

となるので，まとめると，

$$K_1 > K_2 > 0$$

と求められる。

> ！ 過去に解法を指定されたことはないですが，余裕のある方はフルビッツの安定判別法も使えるようにしておきましょう。